

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Факультет соціології

Моделювання та прогнозування соціальних процесів

Навчально-методичний комплекс

галузь знань 05 Соціальні та поведінкові науки
спеціальність 054 «Соціологія»
освітній рівень магістр
освітня програма «Соціальні технології»
вид дисципліни обов'язкова

Форма навчання	денна
Семестр	2
Кількість кредитів ECTS	4
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

КИЇВ – 2018

Сидоров М.В.-С.

Навчально-методичний комплекс з дисципліни «Моделювання та прогнозування соціальних процесів» з використанням кредитно-модульної системи організації навчального процесу студентів за спеціальністю 054 «Соціологія» ОС «Магістр». - К.: Факультет соціології Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2018. – 84 с.

Навчально-методичний комплекс з дисципліни «Моделювання та прогнозування соціальних процесів» розроблений із використанням кредитно-модульної системи організації навчального процесу і призначений для студентів факультету соціології спеціальності 054 «Соціологія» ОС «Магістр»

Розглянуто та схвалено на засіданні кафедри методології та методів соціологічних досліджень факультету соціології (протокол № 13 від 22.01.2019 р.)

Схвалено Вченою радою факультету соціології Київського національного університету імені Тараса Шевченка (протокол № 7 від 20.02.2019 р.)

Розглянуто, схвалено і рекомендовано до видання навчально-методичною комісією факультету соціології (протокол № 5 від 14.02.2019 р.).

Рецензенти:

Доктор фіз.-мат. наук, професор кафедри обчислювальної математики факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка Ключин Д.А.

Кандидат соціологічних наук, доцент кафедри методології та методів соціологічних досліджень факультету соціології Київського національного університету імені Тараса Шевченка Олійник О.В.

ЗМІСТ

1. Пояснювальна записка	7
Схема формування оцінки.	8
2. Структура навчальної дисципліни.	10
3. Зміст дисципліни	11
Змістовий модуль 1. Нечислові моделі	11
Тема 1. Моделі та їх класифікація	11
Запитання до самоконтролю	11
Завдання	11
Література	11
Додаткова	11
Тема 2. Моделі сегрегації та розселення	11
Запитання до самоконтролю	12
Завдання	12
Література	12
Додаткова	13
Тема 3. Моделі агрегації	13
Запитання до самоконтролю	13
Завдання	13
Література	13
Додаткова	13
Тема 4. Клітинні автомати	14
Запитання до самоконтролю	14
Завдання	14
Література	14
Додаткова	14
Тема 5. Моделі прийняття групових рішень	15
Запитання до самоконтролю	15
Завдання	15
Література	15
Додаткова	16
Змістовий модуль 2. Числові моделі	16
Тема 6. Теорія ігор	16
Запитання до самоконтролю	16
Завдання	17
Література	17

Додаткова.....	17
Тема 7. Моделі динаміки популяції.....	18
Запитання до самоконтролю	18
Завдання.....	18
Література	18
Додаткова.....	18
Тема 8. Моделі поширення	19
Запитання до самоконтролю	19
Завдання.....	19
Література	19
4. Плани семінарських занять.....	20
Змістовий модуль 1. Нечислові моделі	20
Тема 1. Моделі та їх класифікація	20
Семінар 1. Вступ до моделювання	20
Тема 2. Моделі сегрегації та розселення.....	20
Семінар 2. Моделі сегрегації	20
Тема 3. Моделі агрегації	20
Семінар 3. Моделі агрегації	20
Тема 4. Клітинні автомати	21
Семінар 4. Моделювання клітинними автоматами.....	21
Тема 5. Моделі прийняття групових рішень.....	21
Семінар 5. Методи прийняття групових рішень.....	21
Змістовий модуль 2. Числові моделі	21
Тема 6. Теорія ігор.....	21
Семінар 6. Теорія ігор 1	21
Семінар 7. Теорія ігор 2	21
Семінар 8. Теорія ігор 3 (2 год).....	22
Тема 7. Моделі динаміки популяції.....	22
Семінар 9. Демографічні моделі	22
Тема 8. Моделі поширення	22
Семінар 10. Моделі поширення	22
5. Завдання для самостійної роботи студентів	23
Змістовий модуль 1. Нечислові моделі	23
Тема 1. Моделі та їх класифікація	23
Тема 2. Моделі сегрегації та розселення. (9 год).....	23

Тема 3. Моделі агрегації	23
Тема 4. Клітинні автомати	23
Тема 5. Моделі прийняття групових рішень. (9 год).....	24
Змістовий модуль 2. Числові моделі	24
Тема 6. Теорія ігор.....	24
Тема 7. Моделі динаміки популяції. (9 год).....	26
Тема 8. Моделі поширення. (7год)	26
6. Тестування як модульний контроль поточних знань студентів	27
Зразок тестового завдання модульної роботи 1.....	27
Зразок тестового завдання модульної роботи 2.....	28
7. Презентації.....	31
8. Запитання до іспиту	32
9. Опорний конспект лекцій	33
Змістовий модуль 1. Нечислові моделі	33
Тема 1. Моделі та їх класифікація	33
Тема 2. Моделі сегрегації та розселення	35
Тема 3. Моделі агрегації	38
Тема 4. Клітинні автомати	41
Тема 5. Моделі прийняття групових рішень.....	44
Вибірчі системи	46
Як розділити торт так, щоб всі були задоволені.....	49
Змістовий модуль 2. Числові моделі	51
Тема 6. Теорія ігор.....	51
Базові означення та класифікація	51
Рівновага Неша	53
Ігри у нормальній формі	56
Послідовне виключення домінованих стратегій.....	56
Стабільність конкуренції. Модель Хотелінга-Даунса.....	59
Модель Курно	60
Монопольний зговір. Роль інформації про іншу фірму	62
Модель Штакельберга.....	62
Ігри у розгорнутій формі.....	63
Алгоритм оберненої індукції	65
Зв'язок між іграми у нормальній та розгорнутій формі.....	67
Ігри з недосконалою інформацією.....	70

Тема 7. Моделі динаміки популяції.....	74
Модель Фібоначчі.....	74
Модель Мальтуса зростання популяції при наявній смертності.	74
Логістична модель Ферхюльста.....	75
Модель "Всесвіт 25" – рай для мишей	76
Тема 8. Моделі поширення	77
10. Література до навчальної дисципліни.....	79
Основна.....	79
Додаткова.....	81

1. Пояснювальна записка

Навчальна дисципліна «Моделювання та прогнозування соціальних процесів» є складовою освітньо-наукової програми «Соціальні технології» підготовки фахівців за освітнім ступенем «Магістр» спеціальності 054 «Соціологія».

Дана дисципліна є нормативною.

Викладається у 2 семестрі 1 року навчання в обсязі 120 годин (4 кредити ЄКТС), з них лекцій 20 год., практичних занять 20 год., самостійної роботи 80 год. У курсі передбачено 1 есе, 2 презентації та 2 модульні контрольні роботи. Підсумковий контроль – іспит.

Мета дисципліни – ознайомити слухачів з сучасними підходами до моделювання у соціології, показати можливості застосування числових та нечислових моделей.

Предметом дисципліни є моделі, які можна застосувати для імітації та прогнозування соціальних процесів.

Завдання (навчальні цілі):

Основними завданнями вивчення дисципліни є

- Ознайомити з базовими моделями сегрегації та агрегації
- Ознайомити з логічними моделями та моделями прийняття групових рішень
- Показати практичне застосування теорії ігор для прийняття стратегічних рішень
- Ознайомити з математичними моделями розповсюдження інформації та демографічними моделями

Це спрямовано на формування компетентностей:

- Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях(зк2)
- Вміння обгрунтовувати використання новітніх методів збору та аналізу соціологічної інформації для вирішення практичних завдань у різних сферах суспільного життя (фк11)
- Вміння виявляти соціальні проблеми та обгрунтовувати способи їх регулювання засобами соціальної політики та управління (фк13)

Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)	Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання		
1.1	Сучасні моделі, що застосовуються у соціології та їх класифікацію	Лекція, семінар, відео урок, дистанційний курс, самостійна робота у Moodle Есе, тест	5
1.2	Моделі агрегації та сегрегації	Лекція, семінар, відео урок, дистанційний курс, самостійна робота у Moodle Тест, презентація	5

1.3	Моделі прийняття групових рішень	Лекція, семінар, відео урок, дистанційний курс, самостійна робота у Moodle	Тест, презентація	10
1.4	Моделі теорії ігор	Лекція, семінар, відео урок, дистанційний курс, самостійна робота у Moodle	Тест, презентація	30
1.5	Моделі поширення інформації та демографічні моделі	Лекція, семінар, відео урок, дистанційний курс, самостійна робота у Moodle	Тест, презентація	5
2.1	Використовувати моделі теорії ігор для прийняття стратегічних рішень	Лекція, семінар, відео урок, дистанційний курс, самостійна робота у Moodle	Тест, презентація	30
2.2	Обґрунтовувати та інтерпретувати результати групових рішень	Лекція, семінар, відео урок, дистанційний курс, самостійна робота у Moodle	Тест, презентація	10
2.3	Інтерпретувати математичні моделі на рівні опису та результату	Лекція, семінар, відео урок, дистанційний курс, самостійна робота у Moodle	Тест, презентація	5

Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни (код)	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	2.1	2.2	2.3
Програмні результати навчання (назва)								
Застосовувати набуті знання на практиці, бути відкритим до застосування знань з урахуванням практичних ситуацій (прн1)			+			+	+	
Використовувати новітні методи збору та аналізу соціологічної інформації для вирішення практичних завдань (прн17)	+	+	+	+	+	+	+	+
Здійснювати соціологічний аналіз актуальних суспільно-політичних, економічних і культурних подій, процесів та явищ сучасності (прн19)	+	+			+	+		

Схема формування оцінки.

Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання:

1. Презентація 1 за однією з моделей тем 1-5 – 18 балів/10 балів

2. Мкр 1 з тем 1-5, РН 1.1, РН 1.2, РН 1.3, РН 2.2, РН 2.3 – 8 балів/6 балів

3. Презентація 2 за однією з моделей тем 6-8 – 18 балів/10 балів
4. Мкр 2 з тем 6-8, РН 1.4, РН 1.5, РН 2.1, РН 2.2 та РН 2.3– 8 балів/6 балів
5. Доповнення – до 4 раз, всі по 1 балу/0,5 балів – всього 4/2 бали
6. Есе – 4 бали / 2 бали

- підсумкове оцінювання:

іспит

- умови допуску до підсумкового екзамену:

Для студентів, які набрали сумарно за модулі меншу кількість балів *закритично-розрахунковий мінімум – 36 балів* для одержання допуску до іспиту обов'язковим є повторне складання модульних контрольних робіт.

Організація оцінювання:

1. Есе за темою 1.1 – СРС, після теми 1
2. Презентація 1 за однією з моделей тем 1-5 – СРС, протягом тем 2-5
3. Мкр 1 з тем 1-5, РН 1.1, РН 1.2, РН 1.3, РН 2.2, РН 2.3 –протягом теми 6
4. Презентація 2 за однією з моделей тем 6-8 – протягом тем 6-8
5. Мкр 2 з тем 6-8, РН 1.4, РН 1.5, РН 2.1, РН 2.2 та РН 2.3– після теми 8
6. Доповнення – що семінарського заняття, але не більше за 4 разів за дисципліну

Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

2. Структура навчальної дисципліни.

Тематичний план лекцій та семінарських занять

№ п/п	Номер і назва теми	Кількість годин		
		Лекцій-ні	Семіна-ри	Самостійна робота
	Змістовий модуль 1. Нечислові моделі			
1	1. Моделі та їх класифікація	2	2	4
2	2. Моделі сегрегації та розселення	2	2	8
3	3. Моделі агрегації	2	2	8
4	4. Гра "Життя"	2	2	8
5	5. Моделі прийняття групових рішень	2	2	10
6	Модульна контрольна робота			2
	Змістовий модуль 2. Числові моделі			
7	6. Теорія ігор	6	6	26
8	7. Моделі динаміки популяції	2	2	8
9	8. Моделі поширення	2	2	4
10	Модульна контрольна робота			2
	Всього	20	20	80

Загальний обсяг 120 год.¹, в тому числі:

Лекцій – **20 год.**

Семінари – **0 год.**

Практичні заняття - **20 год.**

Лабораторні заняття - **0 год.**

Тренінги - **0 год.**

Консультації - **0 год.**

Самостійна робота - **80 год.**

¹ Загальна кількість годин, відведених на дану дисципліну згідно навчального плану.

3. Зміст дисципліни

Змістовий модуль 1. Нечислові моделі

Тема 1. Моделі та їх класифікація

Поняття моделі. Класифікація моделей: за областю використання, за областю знань, за фактором часу, за шляхом представлення, за методом реалізації. Моделі соціальної історії. Соціальна система. Складність та динаміка соціальних систем. Загальні підходи до моделювання соціальних систем.

Запитання до самоконтролю

1. Що таке "модель соціальної історії"?
2. Для чого потрібне моделювання та який від нього ефект?
3. Чим модель відрізняється від об'єкта моделювання?
4. Які головні принципи класифікації моделей?

Завдання

1. Проаналізувати відмінність моделей за областю використання, за областю знань та іншими характеристиками.
2. Моделювання динаміки соціальних систем.

Література

1. Малков С.Ю. Математическое моделирование исторической динамики: подходы и модели
2. Малков С. Ю. 2002. Математическое моделирование исторических процессов // Новое в синергетике. Взгляд в третье тысячелетие / Ред.Г. Г. МалинецкийиС. П. Курдюмов, с. 291–323.М.:Наука.
3. Малков С. Ю. 2003. Математическое моделирование динамики общественных процессов // Связь времен / Ред. И. Л. Жеребцов, т. 2, с. 190–214.М.: МГВП КОКС.
4. Малков С. Ю. 2004.Математическое моделирование исторической динамики: подходы и модели// Моделирование социально-политической и экономической динамики / Ред. М.Г.Дмитриев.—М.: РГСУ.— с. 76-188.
5. Райцин В.Я. Моделирование социальных процессов: учебник.- Москва: Экзамен, 2005. - 189 с.

Додаткова

6. https://www.youtube.com/watch?v=dFl3Cfw12bo&list=PLfeNPtL-aoavLTWo_UMtQgneVpnmyuqH-
7. [https://ua.wikipedia.org/wiki/ Наукове_ моделювання](https://ua.wikipedia.org/wiki/Наукове_моделювання)
8. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Моделирование>

Тема 2. Моделі сегрегації та розселення

Модель сегрегації Шелінга. Приклад розселення за расовою приналежністю у містах США. Закон Ципфа. Адаптація закону Ципфа до населення міст. Теорія

центральных місць Вальтера Кристалера та Августа Льюша. Конус попиту за Льюшем.

Запитання до самоконтролю

1. Яка головна ідея сегрегації?
2. Які бувають сегрегації?
3. У чому «примітивність» моделі Шеллінга?
4. Яке застосування моделі Шеллінга може бути у соціальних науках?
5. Чому лінгвістичну модель Ципфа можна застосовувати для соціальних досліджень?
6. Як «працює» модель Ципфа?

Завдання

1. Визначити ранг міста, де Ви народились та перевірити відповідність його населення закону Ципфа.
2. Побудувати криву Ципфа для 20 найбільших за населенням міст України.
3. З використанням [Netlogo](http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%201.nlogo) <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%201.nlogo> зімітувати розселення для 50% необхідних подібних, 3 етносів та 2000 осіб. На основі формул розрахунку та результатів імітації пояснити, чому ця модель має скінченну кількість ітерацій.
4. Пояснити, чому при збільшенні кількості етносів, при незмінних інших умовах, приводить до зростання кількості ітерацій для досягнення стабільного стану.

Література

1. <https://www.youtube.com/watch?v=JjfihtGefxk&t=18s>
2. Модели в географии/ Под ред. П.Хаггета, Дж. Чорли. –М.: Прогресс, 1971.
3. Хаггет П. Пространственный анализ в экономической географии. - М.: Прогресс, 1968.
4. Alperovich G. The Size Distribution of Cities: On the Empirical Validity of the Rank-Size Rule // Journal of Urban Economics. 1984. Vol. 16. Iss. 2. P. 232–239.
5. Beckmann M.J. Lectures on Location Theory. Berlin, Springer-Verlag, 1999.
6. Cameron T.A. One-stage structural models to explain city size // Journal of Urban Economics. 1990. № 27. P. 294–307.
7. Schelling T. Dynamic models of segregation.-Journal of Mathematical Sociology.- 1971, vol.1,pp 143-186
8. Newman M.E.J. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law // Contemporary Physics. 2005. Vol. 46. № 5. P. 323–351.
9. Бреер В.В. Модели толерантного порогового поведения pu.mtas.ru/archive/Breer_116.pdf
10. Gabaix, X. Zipf's Laws for Cities: An Explanation, The Quarterly Journal of Economics, 1999

Додаткова

11. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%201.nlogo>
12. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%202.nlogo>
13. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%203.nlogo>
14. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple.nlogo>
15. <http://ineternum.ru/agent/>

Тема 3. Моделі агрегації

Модель слабких зв'язків. Порогова модель Грановетера. Використання моделі Грановетера для прогнозу масових безладів. Модель стоячих овацій : базова та розширена.

Запитання до самоконтролю

1. Що таке модель агрегації?
2. У чому суть порогових моделей?
3. Чим модель Грановетера відрізняється від моделі стоячих овацій?
4. У чому відмінність між звичайною та розширеною моделлю стоячих овацій?

Завдання

1. Використання програми NetLogo для візуалізації моделей <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Diffusion%20Limited%20Aggregation/DLA%20Alternate.nlogo>
2. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Diffusion%20Limited%20Aggregation/DLA.nlogo>
3. Застосування моделі Грановетера.
4. Практична реалізація моделі стоячих овацій та моделі Грановетера. Їх відмінності.

Література

1. Бреер В.В. Теоретико-игровые модели конформного поведения // Автоматика и телемеханика. 2012, № 10 С 111-126
2. Бреер В.В. Модели толерантного порогового поведения ru.mtas.ru/archive/Breer_116.pdf

Додаткова

3. <https://www.youtube.com/watch?v=G5NA0edVtUc>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=g3bBajcR5fE&list=PLLxVuSIagysoYQ-4sXonDuTSn2w0YOTum&index=2>

5. <https://www.youtube.com/watch?v=qCfvEk28VRw>
6. <https://www.youtube.com/watch?v=zekX2dg4hEY>

Тема 4. Клітинні автомати

Елементарні клітинні автомати. Особливості автомату. Критерії клітинного автомату. Стани елементів, геометрія, сусідство, локальне правило. Конфігурації клітинних автоматів. Джон Конвей та гра "Життя". Фігури, стійкість фігур. Фігури, що рухаються. Періодичність. Планери. Гармата планерів. Едемський сад.

Запитання до самоконтролю

1. У чому суть роботи клітинних автоматів?
2. Які моделі можна побудувати на клітинних автоматах?
3. У чому суть гри «життя»?
4. Які є типи фігур у грі «Життя».
5. Яким чином працює «гармата планерів»?

Завдання

1. Запустити платформу <http://www.cuug.ab.ca/dewara/life/life.html>. Встановити показнику Delay (ms) значення 200.
2. Намалювати контур квадрату зі стороною 6. Запустити його еволюцію та прослідкувати метаморфози покроково. Чому квадрат зник?
3. Намалювати суцільний квадрат зі стороною 6. Запустити його еволюцію та прослідкувати метаморфози покроково. Чому він перетворився на статичне коло?
4. Намалювати суцільний квадрат зі стороною 8. Запустити його еволюцію та прослідкувати метаморфози покроково. Чому він зник?
5. Намалювати довільну фігуру та прослідкувати еволюцію.
6. Намалювати гармату планерів. Чому ця фігура породжує планери?

Література

1. <https://habrahabr.ru/post/273393/>
2. <http://www.cuug.ab.ca/dewara/life/life.html>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=G5NA0edVtUc>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=KFpID7ixaMY>
5. Д.В. Ландэ, В.Н. Фурашев. Моделирование электоральных процессов на основе концепции клеточных автоматов// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Харьков: НАКУ, 2007. -Вып. 36. -С. 123-128

Додаткова

1. Астафьев Г.Б., Короновский А.А., Храмов А.Е. Клеточные автоматы: Учебно-методическое пособие. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2003. 24с
2. https://uk.wikipedia.org/wiki/Клітинний_автомат
3. <http://atlas.wolfram.com/01/01/>
4. <http://www.kongregate.com/games/shaman4d/conways-game-of-life>
5. Програма Golly <https://sourceforge.net/projects/golly/>
6. <http://vvsu.ru/files/606A10BF-61FA-496A-9952-73B6E6D3B632.ppt>

7. Використання програми NetLogo
<http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Computer%20Science/Cellular%20Automata/Life.nlogo>

Тема 5. Моделі прийняття групових рішень

Експертні опитування. Метод "Дельфи". Переваги та недоліки. Експеримент. Нечислові методи прийняття групових рішень (мозковий штурм та ін.) Системи голосування на виборах. Правила аналізу голосів (рангів) за Кондорсе. Парадокс Кондорсе. Аксиоми Ерроу. Метод Борда та Шульце. Обрахунок рангів. Задача розподілу ресурсів «Як розділити торт так, щоб всі були задоволені»

Запитання до самоконтролю

1. Що таке «групове рішення»?
2. Чим підходи до прийняття групових рішень відрізняються від персональних рішень?
3. Які моделі прийняття групових рішень вимагають ранжування?
4. Як здійснюється формування остаточного рішення у методі «Дельфи»?
5. Які є системи голосування на виборах?
6. У чому полягає метод Кондорсе? Звідки винакає «парадокс Кондорсе»?
7. У чому відмінність методу Кондорсе від методу Борда?
8. У чому переваги методу Шульце над методом Кондорсе?
9. Як можна використати моделі прийняття групових рішень для масового голосування?
10. Як можна використати моделі прийняття групових рішень у експертному опитуванні?
11. Чому так важливо вміти «розділити торт»?

Завдання

1. Проаналізувати системи голосування на виборах. Результат записати у вигляді порівняльної таблиці.
2. Обрахувати за наданим масивом даних рейтинг політичних партій за методами Кондорсе та Борда. Порівняти з простим підрахунком рангу. Пояснити відмінність.
3. Підготувати доповідь по одній з обраних тем 1 модулю.

Література

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Voting_system
2. Грабовецький, Б. Є. Методи експертних оцінок: теорія, методологія, напрямки використання : монографія / Б. Є. Грабовецький. — Вінниця : ВНТУ, 2010. — 171 с.
3. <https://www.youtube.com/watch?v=FdWMMQINIt4>
4. О.Д. Кичмаренко, А.П. Огуленко Теория принятия решений. Раздел: Теория голосования .-ОНУ имени И.И.Мечникова, 2012, С52
5. <https://plato.stanford.edu/entries/voting-methods/>
6. <https://www.youtube.com/watch?v=uI9eLSVYI0s>

Додаткова

1. <https://www.youtube.com/watch?v=yLTfSnjusn8>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=aDyRoGRM6qY>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=K1zYN06xcd4>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=Axi0ldbP9hU>
5. <http://vvsu.ru/files/606A10BF-61FA-496A-9952-73B6E6D3B632.ppt>
6. <https://www.youtube.com/watch?v=6rhpq1ozmuQ&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G>
7. <https://www.youtube.com/watch?v=CuOLQT9P11I&index=2&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G>
8. <https://www.youtube.com/watch?v=r-VmxJQFMq8&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G&index=3>
9. https://www.youtube.com/watch?v=XpxnW2k4X_Y&index=4&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G
10. <https://www.youtube.com/watch?v=6axH6pcuyhQ&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G&index=5>
11. <https://www.youtube.com/watch?v=OI232JSDwDg&index=6&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G>
12. <https://www.youtube.com/watch?v=hVG9jmA4FBU&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G&index=7>

Змістовий модуль 2. Числові моделі

Тема 6. Теорія ігор

Стратегічні взаємодії. Ігри у нормальній та розгорнутій формі. Стратегії у іграх. Рівноваги. Дилема в'язня.

Строге та слабе домінування. Виключення домінованих стратегій.

Рівновага Неша. Пошук рівноваги Неша у іграх. Рівновага Неша та інші концепції. Інтерпретація рівноваги Неша.

Модель Хотеллінга-Даунса. Модель Курно.

Ігри у розгорнутій формі. Рівновага Неша на підіграх.

Ігри з неповною інформацією. Модель Штакельберга. Вибір в умовах невизначеності.

Змішані стратегії. Рівновага Неша у змішаних стратегіях. Відтерміноване прийняття рішення.

Запитання до самоконтролю

1. Звідки пішла назва «Теорія ігор»?
2. Чим ігри у нормальній формі відрізняються від ігор у розширеній формі?
3. Що таке «дерево гри»?
4. У чому суть «дилеми в'язня»?
5. Що таке підгра?
6. Що таке стратегія гравця?
7. Що таке плата гравця?
8. Що таке рівновага Неша?

9. Яка суть моделі Курно?
10. Як на практиці можна застосувати моделі теорії ігор?

Завдання

1. Розібрати приклад використання теорії ігор у Талмуді.
2. Визначити, які параметри потрібно задати, щоб задати гру у нормальній формі.
3. Проаналізувати дилему в'язня. Чи є у ній домінуючі та строго домінуючі стратегії?
4. Підготувати доповідь по одній з обраних тем 2 модулю.

Література

1. <https://www.youtube.com/watch?v=XzWa-2HN7fo>
2. <https://www.youtube.com/playlist?list=PLlx2izuC9gjj4crXUkw2luo8JfNCfmbkn>
3. Захаров А. В. Теория игр в общественных науках: учебник для вузов.- Москва: Изд. дом Высшей школы экономики, 2015. - 304 с
4. <http://mathecon.cemi.rssi.ru/danilov/files/GameTheory.pdf>

Додаткова

1. <https://www.youtube.com/watch?v=xKxh6eWQda0>
2. Behavioral Game Theory and Sociology Herbert Gintis* January 26, 2006
<http://www.umass.edu/preferen/gintis/behavi~1.pdf>
3. <http://people.soc.cornell.edu/swedberg/2001%20Sociology%20and%20Game%20Theory%20-%20Contemporary%20and%20Historical%20Perspectives.pdf>
4. www.columbia.edu/~rs328/NashEquilibrium.pdf
5. Hotelling, Harold (1929). Stability in Competition. Economic Journal. 39. 41–57.
6. Downs, Antony (1957). An Economic Theory of Democracy. New York.
7. Osborne, Martin J. (1995). Spatial Models of Political Competition Under Plurality Rule: A Survey of Some Explanations of the Number of Candidates and the Positions They Take. Canadian Journal of Economics. 27. 261–301. [preprint
([https://eventing.coursera.org/api/redirectStrict/Qav59Yiu255goWA4FQ4kkL1XLa_YK0tY0i4byeEpsnIHpiIwt1x54x_xL6AfVLXSG3qx6Wt1qTAPEhBv9T2LtwA.o299yVZWKRyFObHWct1-](https://eventing.coursera.org/api/redirectStrict/55jcjiElpXN-xRC_0M8j6JUCSHuvj7wfdxpv5xxlfIppqN4KBUdlBHsMsZDYOMCC2ohd67_hXCUKd4DN9jUY60w.AyHKqiCRnNQFGJL_fje-pDA.MIJF3aFG0x1-x_8FF9Tj6XIQbSA5jkvMoVZRTjEWmGl28P4Cvezgd-RyEfs0dXzY_iR8KaBXdZbmjCmkH_8ejFRXW_UBdPXmcK8-FcMQ3BnjQE0KfPAFovZMo_kYWWXfvX0Ppf6QxJ8S9EY30tVTxKc3tbSQpmpyEUg2aQdU3q-3YmLHg1b8EO317Zilhgxzxc5DudvakcYZO9y8Q5STgQFwHGkchfl91giFVpbpUTJUovEZyDS7g4DaoC_-GvTu8Uo0SFEzRQWxs94Lkhtj1Zetn_vTgP4Pd6PQxh6SloRvgwaAEw7JQFJApSCU0BNJB-AsAczeFGMMOtaj2xMdovYasqSngZSMczbxXGKMV96hdxzXDut2QobJ850Y32EkpMqjs-FgC_olravIB0ABDSGiWhc0hn1DuEtC1CszqI])]
8. de Mesquita, Bruce Bueno (2009). The Predictioneer's Game
(<a href=)

mA.NzaPo4Xn7bPcr7CsAM3t_sxPIKBSBaURSyPCy_0ypqh-
WRGJHWEvEwqcsfHvbWD4DXaRxcCGrnEIC_1RuWGVrLSRIzIO-
aZaJKSUSIyCgvTYM2NHq7qJfDMVfRqsFM2kASs1hCiSoyKIhHFc7CbzQoxxUITR
1fnduFq0J5YcL-

4gJ6C5Bk2TTNb9pd_1_yj2q4CRbC28W9_zclzWlmt2MsHAeP5XeTnnOIx8DIVOyv
PmpDgIii8eRfXw0wIhrOdtIkrtWS8j 4Rvt8CGor9KUxZfcXKJlJapsZVrrek-LThA).

9. Stigler, George (1964). A Theory of Oligopoly. Journal of Political Economy. 72. 44–61.
10. Введение в теорию игр / Н. Н. Писарук. — Минск : БГУ, 2015. — 256 с.
<http://pisaruk.narod.ru/books/games.pdf>

Тема 7. Моделі динаміки популяції

Модель Фібоначчі.

Модель Мальтуса.

Замкнена модель Ферхюльста.

Модель Ферхюльста із зовнішнім впливом.

Модель Капіці.

Модель Лоткі-Вольтерри.

Запитання до самоконтролю

1. У чому суть моделі Фібоначчі?
2. Чому модель Фібоначчі не можливо застосовувати у чистому вигляді на практиці?
3. У чому відмінність моделі Мальтуса від моделі Ферхюльста?
4. У чому суть експерименту «рай для щурів»?
5. Модель Лоткі-Вольтерри, як базова модель конкуренції.

Завдання

Проаналізувати модель «Рай для щурів». Обґрунтувати результат експерименту.

Проаналізувати моделі Мальтуса та Ферхюльста. У чому є їх принципова відмінність.

Література

1. Разжевайкин В.Н. Модели динамики популяций. Вычислительный центр им. А.А.Дородницына Российской академии наук, 2006. 88 с.
2. Скоринкин А.И. Математическое моделирование биологических процессов / А.И. Скоринкин.— Казань: Казан. ун-т, 2015. — 86 с.

Додаткова

3. Сидоров М.В.-С. Основи математичного моделювання для соціологів: використання логістичної моделі Ферхюльста для прогнозу розвитку популяції без зовнішнього впливу. //Сидоров М.В.-С./ [Текст].— К.:Логос, Актуальні проблеми соціології, психології, педагогіки: Збірник наукових праць. вип.1(26), 2015, ст.

4. Сидоров М.В.-С. Основи математичного моделювання для соціологів: використання логістичної моделі Ферхюльста для прогнозу розвитку популяції із зовнішнім впливом. //Сидоров М.В.-С./ [Текст].– К.:Логос, Актуальні проблеми соціології, психології, педагогіки. 2015 №2 (27).
5. Сидоров М.В.-С. Основи математичного моделювання для соціологів: демографічні базові моделі зростання популяції без зовнішнього впливу та конкуренції. //Сидоров М.В.-С./ [Текст].– К.:Логос, Актуальні проблеми соціології, психології, педагогіки: Збірник наукових праць. вип.1(22), 2014, ст.74-81.

Тема 8. Моделі поширення

Дифузійні моделі поширення інформації.

Модель зараження. Зараження та вакцинація.

Моделі поширення інформації у соціальних мережах.

Запитання до самоконтролю

1. Які моделі поширення інформації Ви знаєте?
2. Чим моделі поширення інформації відрізняються від моделей зараження?
3. У чому універсальність рівняння дифузії?

Завдання

1. У адресами
<http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Solid%20Diffusion.nlogo> та
<http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Networks/Diffusion%20on%20a%20Directed%20Network.nlogo> проаналізувати
 поширення інформації (зараження) для різних параметрів

Література

1. Братчикова Т. І. Фактори поширення інформації в соціальних он-лайн мережах: експертне опитування / Т. І. Братчикова. // Вісник Львівського університету. Серія соціологічна. – 2014. – №8. – С. 169–179.
2. Горковенко Д. К. Обзор моделей распространения информации в социальных сетях // Молодой ученый. — 2017. — №8. — С. 23-28.
3. Минзов А., Шумилкина К. Механизмы распространения информации в телекоммуникационных сетях и их использование в электронном PR // Электронный журнал «Системный анализ в науке и образовании». – 2009. - №3.
4. Попова Т. Соціальні мережі, кібератаки та гібридні війни [Електронний ресурс] / Тетяна Попова // radiosvoboda.org. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.radiosvoboda.org/a/28598299.html>.

4. Плани семінарських занять

Змістовий модуль 1. Нечислові моделі

Тема 1. Моделі та їх класифікація

Семінар 1. Вступ до моделювання

1. Проаналізувати відмінність моделей за областю використання, за областю знань та іншими характеристиками.
2. Що таке "модель соціальної історії"?
3. Для чого потрібне моделювання та який від нього ефект?
4. Чим модель відрізняється від об'єкта моделювання.
5. Моделювання динаміки соціальних систем.

Тема 2. Моделі сегрегації та розселення

Семінар 2. Моделі сегрегації

1. Використання програми NetLogo для візуалізації моделей
2. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%201.nlogo>
3. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%202.nlogo>
4. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%203.nlogo>
5. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple.nlogo>
6. Обчислення ймовірностей у моделі Шелінга
7. Результат роботи моделі Шелінга та її інтерпретація
8. Закон Ципфа
9. Можливості застосування закону Ципфа для моделей населення міст
10. Теорія центральних місць Вальтера Кристалера та Августа Льюша
11. Конус попиту за Льюшем.

Тема 3. Моделі агрегації

Семінар 3. Моделі агрегації

1. Використання програми NetLogo для візуалізації моделей <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Diffusion%20Limited%20Aggregation/DLA%20Alternate.nlogo>
2. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Diffusion%20Limited%20Aggregation/DLA.nlogo>
3. Застосування моделі Грановетера.

4. Практична реалізація моделі стоячих овацій та моделі Грановетера. Їх відмінності.
5. Модель незалежних каскадів.

Тема 4. Клітинні автомати

Семинар 4. Моделювання клітинними автоматами

1. Фігури. Стійкі фігури. Фігури, що рухаються. Періодичність. Планери. Гармата планерів. Едемський сад
2. Використання програми NetLogo
<http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Computer%20Science/Cellular%20Automata/Life.nlogo>
3. <http://www.kongregate.com/games/shaman4d/conways-game-of-life>
4. <http://www.cuug.ab.ca/dewara/life/life.html>
5. Програма Golly <https://sourceforge.net/projects/golly/>

Тема 5. Моделі прийняття групових рішень

Семинар 5. Методи прийняття групових рішень

1. Методи "Дельфи". Переваги та недоліки.
2. Системи голосування на виборах – аналіз підходів
3. Правила аналізу голосів (рангів) за Кондорсе. Парадокс Кондорсе.
4. Аксиоми Ерроу.
5. Метод Борда. Обрахунок рангів.
6. Метод Шульце як еволюція методу Кондорсе.
7. Підхід Блека.
8. Як розділити торт так, щоб всі були задоволені – задача про розподіл ресурсів.

Змістовий модуль 2. Числові моделі

Тема 6. Теорія ігор

Семинар 6. Теорія ігор 1

Вступ до ВНЗ за результатами ЗНО.
Чемпіонат з футболу Shell Caribbean Cup.
Розв'язок дилеми в'язня.
Задачі, схожі на дилему в'язня.

Семинар 7. Теорія ігор 2

Президентські вибори у Колумбії.
Розв'язок моделі Курно.
Монопольний зговір.
Роль інформації про іншу фірму.
Стратегія у іграх в розгорнутій формі.
Алгоритм оберненої індукції.
Як розділити пиріг.
Палички.

Числа на дошці.

Семінар 8. Теорія ігор 3 (2 год).

Трудовий контракт.
Диктатор та ультиматум.
Ігри з недосконалою інформацією.
Збирання податків.
Приклад пенальті.
Стратегічне маніпулювання.
Гра "Сороконіжка".

Тема 7. Моделі динаміки популяції

Семінар 9. Демографічні моделі

Розв'язок моделі Фібоначчі.
Модель "Всесвіт 25" – рай для шурів.
Диференціальний та різницевий підхід до розв'язку моделей Мальтуса, замкненої моделі Ферхюльста, моделі Ферхюльста із зовнішнім впливом.
Інтерпретація моделі Лоткі-Вольтерри.

Тема 8. Моделі поширення

Семінар 10. Моделі поширення

Поняття дифузійної моделі. Поняття диференціального рівняння. Параметри дифузії. Візуальні моделі дифузії та зараження.

<http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Solid%20Diffusion.nlogo>

<http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Networks/Diffusion%20on%20a%20Directed%20Network.nlogo>

5. Завдання для самостійної роботи студентів

Змістовий модуль 1. Нечислові моделі

Тема 1. Моделі та їх класифікація

Написати есе на тему класифікації моделей. Обсяг есе 6000 - 8000 знаків (3-4 сторінки формату А4).

Тема 2. Моделі сегрегації та розселення

Ознайомитись з відеоматеріалом. У моделях проаналізувати зміну поведінки при різних параметрах.

1. <https://www.youtube.com/watch?v=JjfihtGefxk>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=FgOIzo9zv6Q>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=4tUmcqQzIMU>
4. DT&SC 7-11: Schelling's Segregation Model
<https://www.youtube.com/watch?v=AZIWoykGzYg>
5. Закон Ципфа <https://www.youtube.com/watch?v=8pv3ayy1UIY>
6. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%2002.nlogo>
7. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%2003.nlogo>
8. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple.nlogo>
9. https://www.youtube.com/watch?v=wpb8_6boZOY
10. <https://www.youtube.com/watch?v=CUTBVUBjO-Y>
11. https://www.youtube.com/watch?v=1_KIf3FboKw
12. <https://www.youtube.com/watch?v=42STyM7RfrU>

Тема 3. Моделі агрегації

Ознайомитись з відеоматеріалом.

1. <https://www.youtube.com/watch?v=oGXpHOgzcsG>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=4hYwbGBKOgM>
3. <https://luis-r-izquierdo.github.io/standingovation/>

Тема 4. Клітинні автомати

Ознайомитись з відеоматеріалом.

1. <http://vvsu.ru/files/606A10BF-61FA-496A-9952-73B6E6D3B632.ppt><https://habrahabr.ru/post/273393/>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=KEpID7ixaMY&t=389s>
3. Побудова автоматів у <http://www.cuug.ab.ca/dewara/life/life.html>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=EyrwOf239M4>

5. <https://www.youtube.com/watch?v=iiEQg-SHY1g>
6. <https://www.youtube.com/watch?v=C2vgICfQawE>
7. <https://www.youtube.com/watch?v=dQJ5aEsP6Fs>
8. <https://www.youtube.com/watch?v=hrMxTFuVMks>
9. <http://vvsu.ru/files/606A10BF-61FA-496A-9952-73B6E6D3B632.ppt>

Тема 5. Моделі прийняття групових рішень

Ознайомитись з відеоматеріалом.

1. <https://www.youtube.com/watch?v=K1zYN06xcd4>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=FdWMMQINIt4&t=7s>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=2NR3md0ghDM>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=uI9eLSVYI0s>
5. <https://www.youtube.com/watch?v=SPca2sM11CA>
6. <https://www.youtube.com/watch?v=hVG9jmA4FBU>
7. <https://www.youtube.com/watch?v=6rhpq1ozmuQ&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G>

Змістовий модуль 2. Числові моделі

Тема 6. Теорія ігор

Ознайомитись з відеоматеріалом.

1. <https://www.youtube.com/watch?v=8OPyxZXPmW4>
2. https://www.youtube.com/watch?v=VqP-LKfwwsQ&index=1&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
3. https://www.youtube.com/watch?v=1YbzxeedYHs&index=2&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
4. https://www.youtube.com/watch?v=9Wu-uX1t7sw&index=3&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
5. https://www.youtube.com/watch?v=frmeq8AAdm4&index=4&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
6. https://www.youtube.com/watch?v=CWp2HsYaCGo&index=5&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
7. https://www.youtube.com/watch?v=Cgfy1on29zI&index=8&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
8. https://www.youtube.com/watch?v=MxsKs906Lsw&index=9&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
1. https://www.youtube.com/watch?v=4p2jvqtEC_g&index=11&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
2. https://www.youtube.com/watch?v=rQA222B7NXY&index=12&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
3. https://www.youtube.com/watch?v=Xm5tmEYAKPU&index=13&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
4. https://www.youtube.com/watch?v=7WLN9BX8GnU&index=14&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI

5. https://www.youtube.com/watch?v=FFRICGKNV9o&index=15&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
6. https://www.youtube.com/watch?v=9DM6gbQq4-4&index=16&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
7. https://www.youtube.com/watch?v=KIuEyJeamL0&index=17&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
8. https://www.youtube.com/watch?v=_bFvOiBFgI4&index=18&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
9. https://www.youtube.com/watch?v=4tVoP3e569Q&index=19&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
10. https://www.youtube.com/watch?v=nri-c2b9o-E&index=20&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
11. https://www.youtube.com/watch?v=fxq4ITE7IOE&index=21&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
12. https://www.youtube.com/watch?v=HjyxIMMRGzU&index=22&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
13. https://www.youtube.com/watch?v=QJPRnyqpQLc&index=23&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
14. https://www.youtube.com/watch?v=Iern3X3Ihw&index=24&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
15. https://www.youtube.com/watch?v=DXpJwBgdQ-k&index=25&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
16. https://www.youtube.com/watch?v=ySXoXTog6as&index=26&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
17. https://www.youtube.com/watch?v=Wsz1iR4LjyM&index=27&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
18. https://www.youtube.com/watch?v=7Vj4-RflSk&index=28&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
19. https://www.youtube.com/watch?v=IDDt4Y9Xk4A&index=29&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
20. https://www.youtube.com/watch?v=uFiJ2PN1dYg&index=30&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
21. https://www.youtube.com/watch?v=ifTrQ52hciE&index=31&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
22. https://www.youtube.com/watch?v=VHsE2ru4FeA&index=32&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
23. https://www.youtube.com/watch?v=cawrWHul5QA&index=33&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
24. https://www.youtube.com/watch?v=rQXDzvi7RyU&index=34&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
25. https://www.youtube.com/watch?v=RtQ8BsmfQeQ&index=35&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
26. https://www.youtube.com/watch?v=-eZh6eLu8c0&index=36&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI
27. https://www.youtube.com/watch?v=QVghl-4mEFI&index=37&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqI8zXe9PUzIP4OfUWI

28. https://www.youtube.com/watch?v=2fAiVpICzJ0&index=38&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqlr8zXe9PUzIP4OfUWI
29. https://www.youtube.com/watch?v=NYqjFbLL8Ho&index=39&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqlr8zXe9PUzIP4OfUWI
30. https://www.youtube.com/watch?v=Md-SPYozp1I&index=40&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqlr8zXe9PUzIP4OfUWI
31. https://www.youtube.com/watch?v=6WeNwHZ2s6k&index=41&list=PLhHWL_Xn5iP_VOqlr8zXe9PUzIP4OfUWI

Тема 7. Моделі динаміки популяції

Ознайомитись з відеоматеріалом.

1. <https://www.youtube.com/watch?v=1DJGtC1njLQ>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=Gn6QiK2T1Mo>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=4ToUaU4vPks>
4. https://www.youtube.com/watch?v=24u3Em5Ro_k
5. <https://www.youtube.com/watch?v=dI3RxVIdTLk>
6. <https://www.youtube.com/watch?v=oiDvNs15tkE>
7. <https://www.youtube.com/watch?v=rXlyYFXyfIM>
8. <https://www.youtube.com/watch?v=No35jbmP-H0>
9. https://www.youtube.com/watch?v=O21o_Ogohg4
10. https://www.youtube.com/watch?v=d_Mt6q8no88
11. <https://www.youtube.com/watch?v=aY6zYCuRWr0>
12. <https://www.youtube.com/watch?v=57BpoTAId8s>
13. https://www.youtube.com/watch?v=tOpkd_19Sk4 (Всесвіт 25)
14. <https://www.youtube.com/watch?v=EpKXhRq1XsQ> (Всесвіт 25)

Тема 8. Моделі поширення

Ознайомитись з відеоматеріалом.

1. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Solid%20Diffusion.nlogo>
2. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Networks/Diffusion%20on%20a%20Directed%20Network.nlogo>
3. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Art/Diffusion%20Graphics.nlogo>
4. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Biology/AIDS.nlogo>
5. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%206/Spread%20of%20Disease.nlogo>
6. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Biology/Disease%20Solo.nlogo>

6. Тестування як модульний контроль поточних знань студентів

Зразок тестового завдання модульної роботи 1.

1. Правило Ципфа виконується при ранжуванні міст, чисельність населення яких перевищує:
 - a. 500 чол.
 - b. 700 чол.
 - c. 900 чол.
 - d. 1 тис. чол.
2. Яка основана мета моделі В.Кристаллера?
 - a. рівномірний розподіл ресурсів
 - b. оптимальне розміщення міст
 - c. отримання максимального прибутку
 - d. розширення інфраструктури країни
3. Яку із структур не розглядає А. Льош у своїй моделі?
 - a. ринкову
 - b. економічну
 - c. транспортну
 - d. адміністративну
4. Задачу справедливого поділу торта відносять до:
 - a. моделі агрегації
 - b. моделі сегрегації
 - c. моделі прийняття групових рішень
 - d. моделі розподілу суспільних благ
5. Яке з цих правил не відноситься до класичної гри життя, якщо в живій клітині два чи три сусіди – то вона лишається жити:
 - a. якщо в живій клітині один чи немає сусідів – то вона помирає від «самотності»;
 - b. якщо в живій клітині чотири та більше сусідів – вона помирає від «перенаселення»;
 - c. якщо в мертвій клітині рівно три сусіди – то вона оживає.
 - d. якщо клітина потрапляє до “печери” то воскресає на третій такт
6. У проведенні декількох етапів письмового анонімного анкетування експертів з послідовною обробкою результатів полягає сутність методу:
 - a. «Мозкового штурму»
 - b. Дельфі
 - c. методу групових рішень
 - d. експертних оцінок
7. Основною відмінною рисою ... є наявність зворотного зв'язку за попередніми результатами, що дозволяє експертам коригувати свою попередню думку.
 - a. «Мозкового штурму»
 - b. метод «синектика»
 - c. методу колективної генерації ідей
 - d. методу Дельфі

- е. методу зворотної індукції
8. Який метод характеризується анонімністю експертів, використанням результатів попереднього туру опитування?
- експертний метод;
 - метод «Дельфі»
 - метод «синектика»
 - метод «морфологічний аналіз»
9. Чи існують системи голосування, в яких виборець може обрати стільки кандидатів, скільки хоче?
- Так
 - Ні
10. Таблиця голосувань має вигляд

30	15	35	30
A	B	D	C
B	C	B	B
C	D	C	D
D	A	A	A

Визначити переможця за:

- Принципом Кондорсе
- Методом Борда
- Методом простого максимуму

Зразок тестового завдання модульної роботи 2.

1. Аналізуючи матрицю стратегій для другого (b1, b2, b3) гравця, чи вірним є твердження: «стратегія b3 другого гравця строго домінує стратегію b2». Зазначте один варіант відповіді

	1	2	3
1	;5	;6	;9
2	;7	;0	;1

- так
 - частково
 - ні
2. Які із наведених профілів стратегій чоловіка та жінки являються рівновагою Неша? Зазначте всі правильні відповіді

		Жінка	
Чоловік	оловік	,4	,1
		,0	,5

- a. (Ф,Ф)
 - b. (Б,Б)
 - c. (Ф,Б)
 - d. (Б,Ф)
3. Існують одночасні та послідовні взаємодії. Визначте, за якими формами розглядається кожен з видів взаємодії. (Кілька вірних відповідей)
- a. Одночасні – ігри у нормальній формі.
 - b. Одночасні – ігри у розгорнутій формі.
 - c. Послідовні – ігри у розгорнутій формі.
 - d. Послідовні – ігри у нормальній формі.
4. Профіль стратегій, що ні одному з гравців не вигідно відхилитися та зіграти іншу стратегію при фіксованих стратегіях інших гравців – це...
- a. Рівновага Курно
 - b. Рівновага Неша
 - c. Рівновага Хотеллінга-Даунса
 - d. Ні одна з вищезазначених відповідей
5. Модель, що описує як процес, так і результат політичних виборів: кожен виборець має найбільш переважну позицію на ліберально-консервативній вісі, а кандидати намагаються триматися тієї позиції, котра є найбільш переважною для медіанного виборця – це...
- a. Модель Неша
 - b. Модель Кондорсе
 - c. Модель Курно
 - d. Модель Хотеллінга-Даунса
6. Нехай випуск першої фірми дорівнює 0,2. Який є оптимальний випуск другої фірми у моделі Курно?
- a. 0,8
 - b. 0,2
 - c. 0,6
 - d. 0,4
7. У даній матриці, яка стратегія буде слабо домінуючою?

		b	b	b
		1	2	3
1	6	3	3	
	5	6	9	
2	7	3	4	
	7	0	1	

- a. a1
 - b. a2
 - c. b2
 - d. b3
8. У даній матриці, яку стратегію треба виключити у першу чергу?

		b	b	b
		1	2	3
1	6	3	3	
	5	6	9	

	7	3	4:
2	:7	:0	1

- a. a1
- b. b1
- c. b2
- d. b3

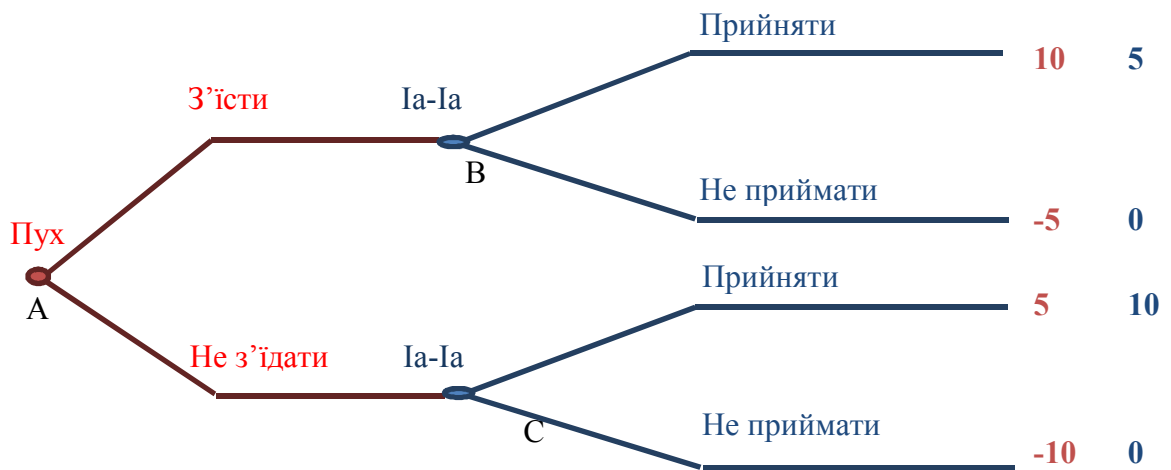
9. Яка гра є яскравим прикладом неможливості її вирішення за допомогою виключення домінованих стратегій ?

- a. Битва статей
- b. Палички
- c. Поділ пирога
- d. Дилема в'язня

10. Яку кількість підігор передбачає гра в розгорнутому вигляді?

- a. Лише одну
- b. 1-2
- c. 3-4
- d. безліч

11. Припустимо, що раціональний Вінні-Пух знає, що Іа-Іа не прийме пустий горщечок в якості подарунку на День Народження. Чи з'їсть Вінні-Пух мед, враховуючи наведені платежі?



- a. Так, з'їсть мед
- b. Ні, не з'їсть і подарує повний горщечок
- c. Не з'їсть мед і Іа-Іа не прийме горщечок

12. Формальна модель, створена спеціально для того, щоб описувати послідовні стратегічні взаємодії:

- a. «Дерево» гри
- b. Підгра
- c. Стратегія
- d. Гра в розгорнутому вигляді

7. Презентації

Протягом вивчення дисципліни кожен студент має підготувати 2 презентації: по обраній темі першого модулю та по одній темі другого модулю.

Мета – залучити студентів до більш глибокого розгляду та аналізу обраних тем.

Вимоги до презентацій:

1. Презентація має містити поглиблений розгляд обраних тем
2. Орієнтовний час презентації – 30 хвилин
3. Структура презентації:
 - Вступ
 - Теоретична частина – опис моделі
 - Практична частина – практичне використання моделі
 - Висновки
 - Література та інші джерела

Критерій оцінювання:

- Структурна повнота (наявність всіх компонентів)
- Теоретична достатність (присутність всебічного опису моделі)
- Оригінальність (наявність оригінальних прикладів застосування моделі)
- Якість (слайди та виступ)

8. Запитання до іспиту

1. Модель сегрегації Шелінга
2. Модель міст Ципфа
3. Модель центральних місць Кристаллера
4. Порогова модель Грановетера
5. Модель стоячих овацій
6. Елементарні клітинні автомати. Особливості автомату.
7. Гра "Життя". Фігури, стійкість фігур
8. Метод "Дельфи"
9. Принцип Кондорсе
10. Парадокс Кондорсе
11. Метод Борда
12. Стратегічні взаємодії
13. Ігри у нормальній та розгорнутій формі
14. Стратегії у іграх.
15. Сильне та слабке домінування.
16. Рівноваги
17. Дилема в'язня
18. Виключення домінованих стратегій
19. Рівновага Неша.
20. Пошук рівноваги Неша у іграх
21. Інтерпретація рівноваги Неша
22. Модель Хотеллінга-Даунса.
23. Модель Курно.
24. Ігри у розгорнутій формі.
25. Рівновага Неша на підіграх
26. Властивості рівноваги Неша
27. Ігри з неповною інформацією
28. Вибір в умовах невизначеності
29. Змішані стратегії. Рівновага Неша у змішаних стратегіях
30. Модель Фібоначчі
31. Модель Мальтуса
32. Замкнена модель Ферхюльста
33. Модель Ферхюльста із зовнішнім впливом
34. Модель Капіці
35. Модель Лоткі-Вольтерри

9. Опорний конспект лекцій

Змістовий модуль 1. Нечислові моделі

Тема 1. Моделі та їх класифікація

Модель – це спрощене уявлення про реальний об'єкт, процес або явище. Модель зберігає суттєві характеристики об'єкту оригіналу, необхідні для вивчення об'єкта або явища. У свою чергу моделювання – це побудова моделей для подальшого вивчення або дослідження об'єктів, явищ або процесів.

Класифікація моделей здійснюється за наступними критеріями:

- За областю використання.
 1. Учні – моделі, які використовуються у навчанні (навчальні програми, тренажери).
 2. Дослідницькі моделі – це збільшення або зменшення копії об'єкта (наприклад, модель автомобіля, модель будівлі, що перевіряється на сейсмічність).
 3. Науково-технічні. Створюються для дослідження процесів і явищ (наприклад, пристрій, що імітує блискавку).
 4. Ігрові моделі – моделі створені для репетиції поведінки об'єкта в різних ситуаціях (наприклад, військові, спортивні ігри).
 5. Імітаційні моделі – моделі, що імітують реальність (перевірка дії ліків на мишах).
- За областю знання.
 1. Біологічні.
 2. Фізичні.
 3. Соціологічні.
 4. Історичні.
 5. Математичні.
 6. тощо
- З урахуванням фактору часу.
 1. Динамічні – відображають зміни об'єкта в часі.
 2. Статичні – одномоментний зріз знань по об'єкту.
- За способом представлення.
 1. Матеріальні – предметні моделі, фізичні (дитячі іграшки, географічні карти).
 2. Інформаційні моделі – сукупність інформації, що характеризує характеристики і стан об'єкта, процесу, явища, а також взаємозв'язок з оточуючим світом (схема будинку, креслення корабля). Інформаційні моделі можна класифікувати за групами по формі представлення: геометричні, словесні, математичні, структурні, спеціальні.
 3. Вербальна модель – інформаційна модель в мисленнєвій і розмовній формах.
 4. Знакова модель – це інформаційна модель, що виражена спеціальними знаками, тобто засобами будь-якої формальної мови.
- За способом реалізації.

1. Комп'ютерні – моделі, реалізовані засобами програмного середовища (текстові, графічні, музикальні редактори, системи програмування, бази даних тощо).
2. Некомп'ютерні.

Залежно від **форми подання** об'єкта моделювання поділяють на реальне та абстрактне. При реальному моделюванні використовують можливість дослідження характеристик на реальному об'єкті чи на його частині.

У загальному випадку під час побудови моделі потрібно враховувати такі вимоги:

- незалежність результатів розв'язання задач від конкретної фізичної інтерпретації елементів моделі;
- змістовність, тобто здатність моделі відображати істотні риси і властивості реального процесу, який вивчається і моделюється;
- дедуктивність, тобто можливість конструктивного використання моделі для отримання результату;
- індуктивність — вивчення причин і наслідків, від окремого до загального, з метою накопичення необхідних знань.

Модель повинна дати можливість знайти відповіді на певні запитання, наприклад: «що буде, якщо ...», оскільки вони є найбільш доцільними під час глибокого вивчення проблеми.

При функціональному підході до класифікації математичних моделей найчастіше виділяються:

- дескриптивні моделі;
- оптимізаційні моделі;
- багатокритеріальні моделі.

Соціальна історія — галузь історичного знання, яка стосується соціального аспекту життя людських спільнот, взятого в його хронологічному розрізі:

1) моделі - концепції, засновані на виявленні та аналізі загальних історичних закономірностей і поданні їх у вигляді когнітивних схем, що описують логічні зв'язки між різними факторами, впливають на історичні процеси (Дж.Голдстайн, І.Валлерстайн, Л.Н.Гумилев, Н.С.Розов і ін.). Такі моделі мають високий ступінь узагальнення, але мають не математичний, а чисто логічний, концептуальний характер;

2) приватні математичні моделі імітаційного типу, присвячені опису конкретних історичних подій і явищ (Ю.Н.Павловський, Л.І.Бородкін, Д.Медоуза, Дж.Форрестер і ін.). У подібних моделях основна увага приділяється ретельному обліку і опису факторів і процесів, що впливають на розглянуті явища. Застосування таких моделей, як правило, обмежене досить вузьким просторово-часовим інтервалом; вони «прив'язані» до конкретного історичної події і їх неможливо екстраполювати на протяжні періоди часу;

3) математичні моделі, які є проміжними між двома зазначеними типами. Ці моделі описують певний клас соціальних процесів без претензії на детальний опис особливостей для кожного конкретно-історичного випадку. Їх завданням є виявлення базових закономірностей, що характеризують протікання процесів

розглянутого виду. Відповідно до цього дані математичні моделі називаються базовими.

Тема 2. Моделі сегрегації та розселення

Модель сегрегації Шеллінга.

Сегрегація – це (від лат. segregatio - відділення) - англ. segregation; нім. Segregation; Trennung.

- соціальна ізоляція, що є результатом дискримінації в статусі, правах окремих індивідів, спільнот або народів. Частіше на основі расової, класової чи релігійної основи. В соціології міста – це спеціалізоване використання міських зон по функціях (торгова зона, промислова – тобто поділ на зони), характеристика населення за типом житла (приватний сектор, багатоповерхівки, гетто).
- різновид дискримінації, який полягає у фактичному чи юридичному відокремленні в межах одного суспільства тих суспільних груп, які вирізняються за расовими, гендерними, соціальними, релігійними, мовними чи іншими ознаками, та в подальшому законодавчому обмеженні їхніх прав.

Автор моделі - Томас Кромбі Шеллінг (англ. Thomas Crombie Schelling; 14 квітня 1921, Окланд, штат Каліфорнія, США — 13 грудня 2016, Бетесда, Меріленд) — американський економіст, лауреат Нобелівської премії з економіки 2005 року «за розширення розуміння проблем конфлікту і кооперації за допомогою аналізу в рамках Теорії ігор». Професор Мерілендського університету. Президент Американської Економічної асоціації в 1991 р. Лауреат премії Френка Сейдмана (1977).

Модель сегрегації Шеллінга була введена Томасом Шеллінгом наприкінці 60-х років (Шеллінг, 1969, 1971, 1974, 1978) для того, щоб продемонструвати, як рішення про переселення людей спричиняють глобальну сегрегацію. Його абстрактна модель може відображати різні просторові явища, але головною його проблемою було селекція житлових приміщень чорношкірих та білих у містах Сполучених Штатів. У цій інтерпретації модель складається з домогосподарств, які приймають житлові рішення на основі етнічного складу кварталів.

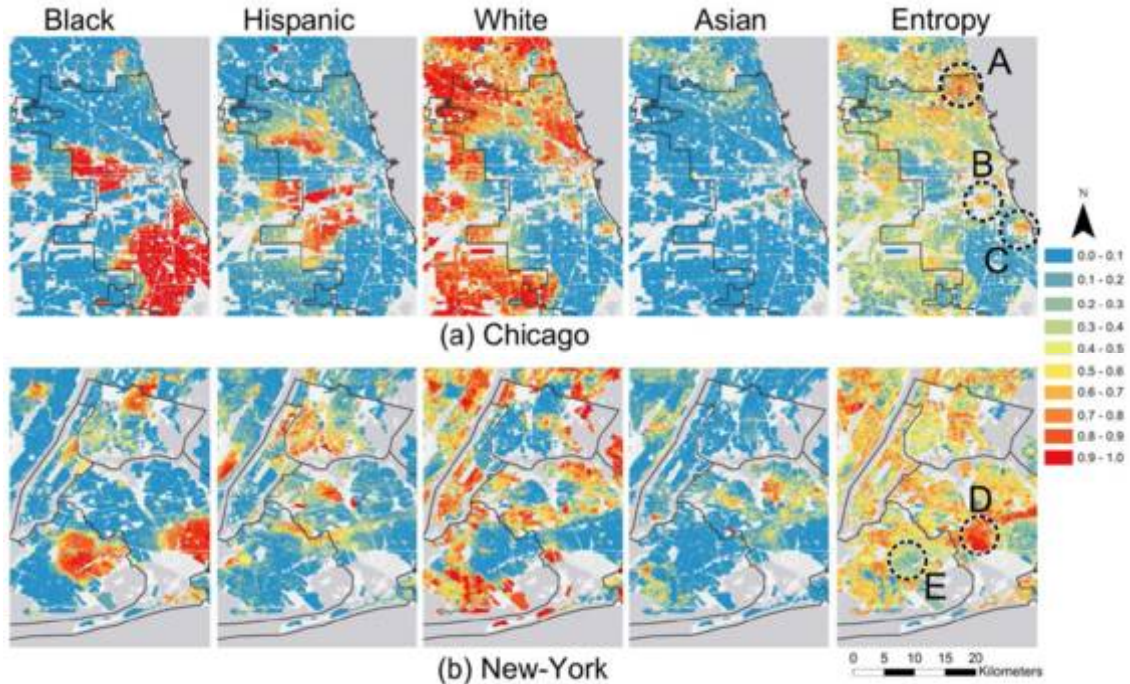
Модель можна представити за допомогою решітки (поля) що розділене на $N \times N$ клітинок. Кожна клітинка або пуста або зайнята агентом з певним кольором шкіри. Кожна клітинка має той чи інший колір, що символізує її приналежність до певної групи. Кольори розподілені по клітинках випадковим чином. Також можуть існувати і не заповнені клітинки, тобто вільні місця для зміни позицій акторів. Якщо у агента відношення кількості сусідів з його кольором шкіри віросповідання, соціального статусу чи іншої ознаки до всіх його сусідів менше певного порогового числа, то агент переїжджає на пусту клітинку. В результаті дії таких простих правил утворюється тотальна сегрегація.

У цій моделі всі актори мають певні умови та критерії для їх переміщень:

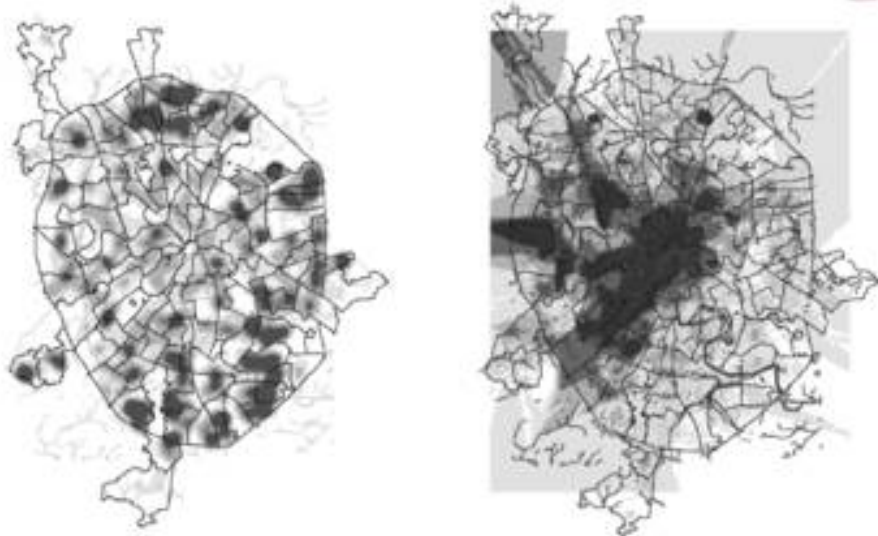
- Пороговий рівень – співвідношення мінімально необхідної кількості «інших» акторів (тобто тих, які мають не такі ж характеристики як актор) до всієї кількості сусідств. Якщо даний % перевищує межу визначену актором він здійснює переміщення в наступну клітинку.

- Цикл повторюється до того часу, поки всі актори не будуть задоволені положеннями в суспільстві.

Таким чином, фінальна картина і є явищем сегрегації та районування відповідно до розподілу по певних характеристиках. У даній моделі є крайні точки для порогових значень. Чим вищим є цей рівень, тим більш частими є переміщення акторів, в такій ситуації рух буде тривати безупинно. В випадку низького рівня показника – спостерігається високий рівень толерантності та рідких змін позицій акторів. Також впливовим фактором на переміщення є відсутність порожніх місць та велика кількість різноманітних категорій, тоді актори мають обмежені можливості для переїзду або їх відсутність.



Етнічний розподіл в США



Розселення і рельєф вартості квартир для осіб без громадянства РФ, в Москві (2003)

Закон Ципфа

Закон Ципфа — лінгво-статистичний закон, згідно з яким відношення рангу слова в частотному словнику до частотності слова в мові становить постійну величину (константу). Інакше кажучи, якщо всі слова мови (або просто достатньо

довгого тексту) впорядкувати за спаданням частоти їхнього використання, то частота n -го слова в такому списку виявиться приблизно обернено пропорційною його порядковому номеру n (так званому рангу цього слова). Наприклад, друге за вживаністю слово трапляється приблизно вдвічі рідше, ніж перше, третє — втричі рідше, ніж перше, і так далі.

Цей закон має своє відображення у соціальних моделях. Згідно правила Ципфа, якщо територія являє собою цілісний економічний район, то населення n -го за розміром міста становить $1/n$ числа жителів найбільшого міста $n_k = \frac{n_1}{k}$, де n_1 — розмір найбільшого міста, k — ранг за обсягом обраного міста, n_k — чисельність обраного міста.

Відхилення розподілу міст від правила "ранг-розмір" пов'язані з історією та особливостями розвитку економіки, природними умовами, порушеннями природного ходу формування державного простору. Особливо значущі відхилення від ідеального розподілу існують в країнах, що розвиваються, де в колоніальний період європейцями була трансформована територіальна і економічна структура господарства, що існувала до їх приходу. Найбільші міста в більшості країн, що розвиваються розташовані на узбережжях і засновані європейцями як колоніальні столиці — "ворота" для економічного освоєння території, порти вивозу мінеральної сировини і продуктів тропічного землеробства. Вся решта території тривалий час була позбавлена великих міст, а нерідко і міст взагалі.

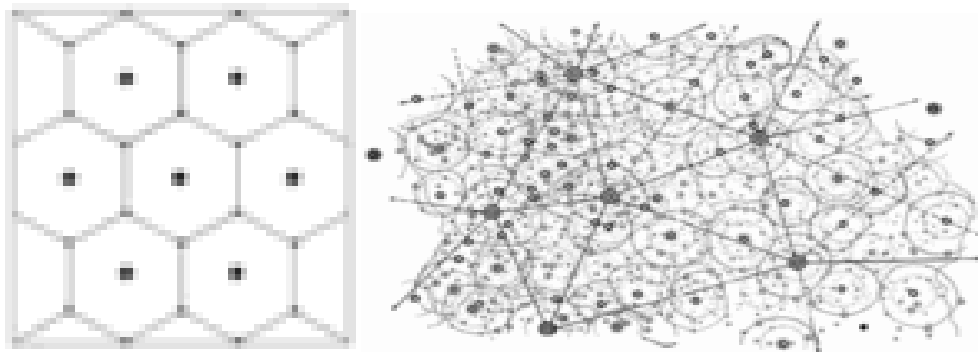
- Закон Ципфа використовується для прогнозування розвитку системи міст, для визначення доцільності та обґрунтованості проектів по будівництву нових і розширенню старих міст.
- Закон Ципфа "Ранг-Розмір" використовується для обґрунтування державних програм "вирівнювання" міст, які полягають у стримуванні росту основного міста і стимулювання розвитку інших міст, за рахунок коштів різноманітних інвестиційних програм та проектів.
- Закон Ципфа використовується для визначення оптимального розміру міста в рамках загальнонаціональної системи міст.
- Зведення системи міст в відповідності до закону Ципфа дає можливість вирішити різноманітні проблеми сучасних міст: економічні, транспортні, соціальні, екологічні, побутові, промислові, енергетичні.

Теорія центральних місць Вальтера Кристалера та Августа Льюша

В основі даної моделі закладений "поведінковий" принцип — мінімум часу, сил і засобів для досягнення населенням менших населених пунктів свого центрального місця. Вирішення задачі на мінімум призвело до побудови ортогональної (шестигранною) моделі: по кутах шестикутника знаходяться менші населені пункти, а в середині — найбільше місто, що виконує функції центрального місця.

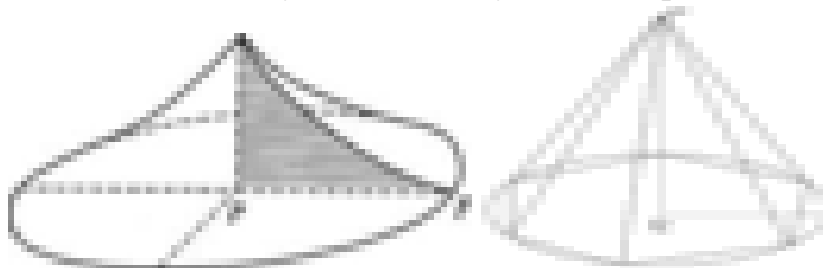
- **ЦЕНТРАЛЬНЕ МІСЦЕ** — синонім міста, центр для всіх інших населених пунктів даного району, забезпечує їх "центральними товарами і" центральними послугами";
- **ДОПОМІЖНІ РАЙОНИ** — території, що обслуговуються центральними місцями;
- **КОНУС ПОПИТУ** — радіус зони збуту центральних товарів, нижня межа якого визначається граничним розміром ринку, а верхня — відстанню, поза яким

центральне місце вже не здатне збувати свій товар (кількість товару, що йде на збут скорочується зі зростанням відстані, тому що збільшуються транспортні витрати).



Ринкові зони за Кристалером

За А. Льошем в міру зростання з відстанню транспортних витрат, ціни на товари та послуги в периферійних частинах ринкових зон підвищуються, а попит падає. В результаті цього утворюється "конус попиту" – радіус зони збуту товарів і послуг центральних місць, нижня межа якого визначається граничним значенням ринку, верхній – відстанню, на яку доцільно збувати товар.



Конус попиту за Льошем (P – точка виробництва, F – точка нульового попиту).

Тема 3. Моделі агрегації

Концепція **сили слабких зв'язків** - це концепція американського соціолога Марка Грановетера, згідно з якою в міжособистісній комунікації слабкі зв'язки мають більше значення, ніж сильні. Відображено в статті Грановетера «Сила слабких зв'язків» (The Strength of Weak Ties). Це явище соціолог пояснює тим, що через сильні зв'язки (в силу їх інформаційної надмірності) люди обмінюються обмеженим обсягом даних або ресурсів, в той час як обмін дійсно важливою інформацією відбувається саме через слабкі зв'язки. Сильні міжособистісні зв'язки є каналом інформації, яка мало відрізняється від інформації, якою володіє сам суб'єкт.

Категоризація соціальних зв'язків

Марк Грановетер розділяє всі соціальні зв'язки на дві основні категорії - а саме, на сильні і слабкі. Мета такого поділу - формальне розрізнення міжособистісних відносин за критерієм частоти і тривалості соціальних контактів. Прикладом **сильних зв'язків** можна вважати родинні та дружні зв'язки, в той час як слабкі зв'язки виникають між сусідами, знайомими, знайомими знайомих, колегами по роботі тощо. Сильні міжособистісні зв'язки є каналом інформації, яка мало відрізняється від інформації, якою володіє сам суб'єкт.

Слабкі зв'язки (колишні колеги по роботі, знайомі і так далі) дають людині можливість швидкого просування по кар'єрних сходах. Грановетер відзначає їх важливість у розвитку людського капіталу. Феномен грає важливу роль в розвитку

соціальних мереж. Підтримувати сильні зв'язки люди, як і раніше, вважають за краще поза Інтернетом, тобто - в реальному житті.

Крім двох основних, згідно Грановетера, існує і третій тип соціальних зв'язків - так звані **відсутні** (дуже слабкі) зв'язку. До цієї категорії відносять відносини між «шапкового знайомими», тобто, наприклад, людьми, які періодично перетинаються, якимось чином присутні в житті один одного, але не мають між собою маломальськи тісного контакту. У таких зв'язках, як правило, зовсім відсутні емоційна складова, довіру і взаємність.

Грановетер подає приклад: одна із бостонських італійських громад, де були традиційно розвинені сильні зв'язки, виявилася абсолютно беззахисною перед лицем дійсності, з'явившись нездатною створити організацію для відстоювання своїх прав перед міською владою.

Людина купить ваш товар, якщо почує рекомендації про нього з кількох незалежних джерел.

Ідея моделі Грановетера.

Кожна людина в натовпі має якийсь «порог». Порог - це кількість людей, які вже приймають участь у заворушеннях, якого достатньо для приєднання до них цієї людини. Для ілюстрації подальшого розвитку подій Марк Грановетер запропонував дуже простий розподіл порогів, в якому кожен з 100 осіб (розглядалися студентські бунти) мав свій унікальний (різний) порог. Іншими словами, перший учасник мав нульовий порог (тобто початковий «бунтар»), для другого учасника потрібен був один чоловік (порог 1), третього – два і так далі - аж до самого закоренілого консерватора, який приєднається до безладів лише після того, як до них приєднуються інші 99.

На практиці це виглядає так:

Спочатку ні з того ні з сього містер Божевілля - студент з нульовим порогом - почне кидатися всім, що потрапить йому під руку. Потім до нього приєднається його товариш з порогом 1 (якому потрібна тільки одна людина, щоб взяти участь у заворушеннях). Разом ці двоє підбурювачів залучать третього - особу з порогом 2. Цього буде достатньо, щоб до них приєднався четвертий (порог 3), за ним - п'ятий і тд.

Відповідно до даних конкретних розподілом порогів в результаті вся натовп візьме участь у заворушеннях.

Використання моделі Грановетера.

Ситуація / Дія	Соціальний тиск	Індивідуальний спротив
Поведінка при погромах, страйках / Взяти участь	Кількість страйкарів	Острах неприємностей від влади
Голосування за кандидатів / проголосувати «за»	Кількість тих, хто проголосував «за»	Рівень довіри до чужої думки
Вибір професії	Кількість випускників шкіл, що обрали дану професію	Готовність до конкуренції на ринку праці
Овації після закінчення вистави / вставати чи ні	Кількість осіб, що піднялись з оваціями	Рівень задоволеності виставою, реакція тих, хто сидить у наступних рядах

Модель стоячих овацій: базова та розширена.

Враження від вистави для кожної людини індивідуальні, але залежать від якості вистави. Його можна представити у формалізованому вигляді, де:

I (impression) - враження від вистави;

T (threshold) – поріг, при досягненні якого глядач встане.

Якщо $I > T$, то глядач підніметься на ноги.

У розширеній моделі вводяться ще кілька параметрів;

Q (quality) - якість вистави;

e (error) - індивідуальна для кожного глядача похибка сприйняття.

Також вводиться параметр X - частка видимої аудиторії, яка повинна почати аплодувати стоячи, щоб глядач теж вирішив встати і не відчувати себе ніяково. Цей параметр також індивідуальний: одні люди готові підтримати будь-який тренд, а інші не надають практично ніякого значення поведінки суспільства. Частку аудиторії, що аплодує стоячи, позначають за N.

Важливу роль відіграє також те, встав чи хтось із групи, з якою прийшов глядач (позначають через F - friends & family).

Алгоритм, за яким глядач визначить, встати або залишитися в кріслі, виглядає так:

Якщо $Q + e > T$ - встати;

Якщо $N > X$ - встати;

Якщо $F > 0$ - встати;

інакше сидіти;

З огляду на те, що глядачу видно не весь зал, а тільки деяка його частина, найбільш важливим стає думка про виставу тих, хто сидять в перших рядах.

Важливо, що якщо встає один член групи, за ним слідує всі інші. З цього випливає, що чим більшими групами приходять глядачі на спектакль, тим стояча овація ймовірніша.

Модель незалежних каскадів

Людина приймає рішення про те, діяти їй чи ні на підставі дій інших людей (як правило, своїх близьких, друзів чи знайомих)

Люди цілком можуть діяти ірраціонально, коли соціальний тиск є високим та (або) вони володіють неповною чи неправильною інформацією

Людина не може знати про причини чи мотиви дій іншої людини, вона бачить лише її дії

Є одним із параметрів моделі, який потрібно певним чином ідентифікувати й розрахувати

Існує принаймні два способи визначення імовірності впливу одного агента на іншого: 1) імовірність задається дослідником чи визначається випадковим чином (не найкращий вихід для реального емпіричного дослідження); 2) математичні способи обчислення імовірності (наприклад, EM-алгоритм)

Останній спосіб дозволяє розрахувати імовірність впливу одного агента на іншого, але не розкриває її змісту

Тема 4. Клітинні автомати

Ідея клітинних автоматів з'явилася в кінці сорокових років 20 століття. Вона була задумана і сформульована Джоном фон Нейманом і Конрадом Цусе незалежно один від одного як універсальне обчислювальне середовище для побудови, аналізу і порівняння характеристик алгоритмів.

Клітинний автомат (КА)— дискретна математична модель, яка визначає сукупність та описується набором клітинок, що утворюють періодичну решітку, та заданими правилами переходу, що визначають стан клітини за теперішнім станом самої клітинки та тих її сусідів, що знаходяться від неї на певній відстані, яка не перевищує максимальну.

Основний напрям дослідження клітинних автоматів — **алгоритмічна розв'язність** окремих задач.

Класичні КА в загальному випадку відповідають наступним критеріям:

- зміна значень всіх клітинок відбуваються одночасно після обчислення нового стану кожної клітинки решітки;
- решітка однорідна. Неможливо відрізнити жодні два місця на решітці по ландшафту;
- взаємодії локальні;
- множина станів клітинки кінцева;

Якщо з будь-якого початкового стану можна привести клітинного автомат в будь-яку задану конфігурацію шляхом варіювання значення загального вхідного параметра, такий КА називають повним.

За структурою КА поділяють в залежності від кількості вимірів. Найбільш вживані одно- та двовимірні. Ми розглядатимемо головним чином двовимірні

Особливості автомату

Місце дії гри - «всесвіт» - це розмічена на клітини поверхня або площина - безмежна, обмежена, або замкнена.

Кожна клітина на цій поверхні може перебувати в двох станах: бути «живою» або бути «мертвою» (порожньою). Клітка має вісім сусідів (клітин навколо).

Розподіл живих клітин на початку гри називають першим поколінням. Кожне наступне покоління розраховується на основі попереднього за такими **правилами**:

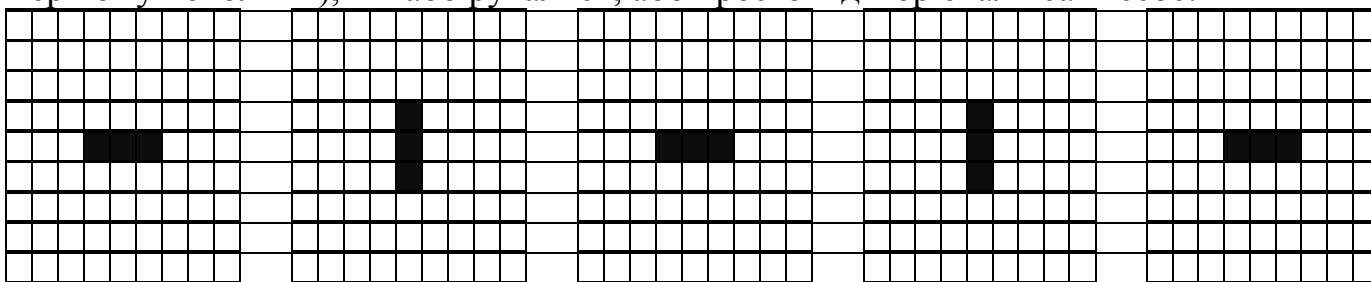
- в порожній (мертвій) клітинці, поруч з якою рівно три живих клітини, зароджується життя;
- якщо у живої клітини є дві або три живих сусіди, то ця клітина продовжує жити; в іншому випадку (якщо сусідів менше за два або більше за три) клітина вмирає («від самотності» або «від перенаселеності»).

Гра припиняється, якщо на полі не залишиться жодної «живої» клітини, якщо при черговому кроці жодна з клітин не змінює свого стану (складається стабільна конфігурація) або якщо конфігурація на черговому кроці в точності (без зрушень і поворотів) повторить себе ж на одному з попередніх кроків (складається періодична конфігурація).

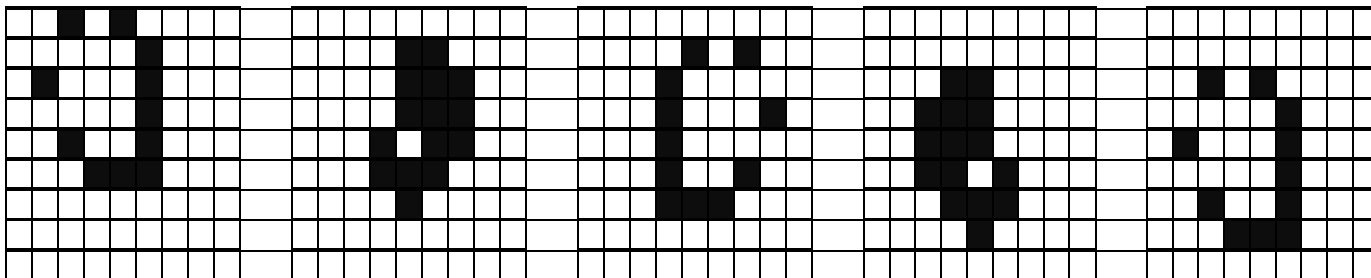
Ці прості правила призводять до появи величезного розмаїття форм, які можуть виникнути в грі. Таку гру називають «Гра життя»

Фігури

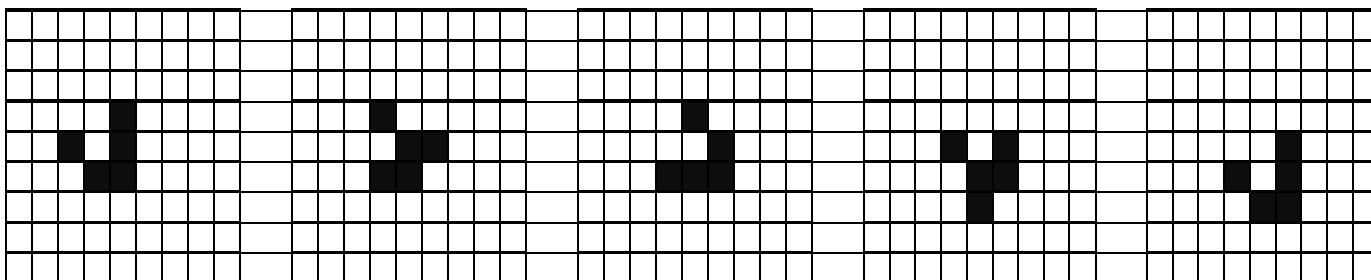
Було виявлено кілька цікавих шаблонів (варіантів розстановки живих клітин в першому поколінні), які або рухались, або просто відтворювали самі себе:



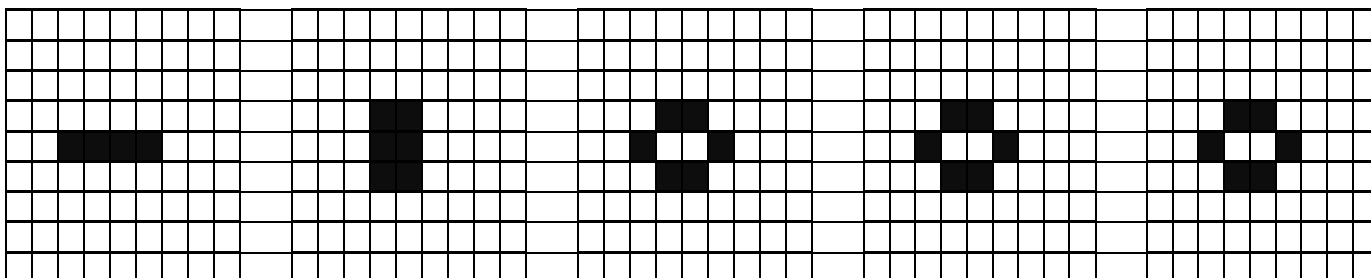
Мигалка (семафор)



Космічний корабель



Планер



Деякі такі фігури залишаються незмінними у всіх наступних поколіннях, стан інших періодично повторюється, в деяких випадках зі зміщенням всієї фігури. Існує фігура (Diehard) всього з семи живих клітин, нащадки якої існують протягом 130 поколінь, а потім зникають.

Конвей спочатку припустив, що ніяка початкова комбінація не може привести до необмеженого розмноження і запропонував премію в 50 доларів тому, хто доведе або спростує цю гіпотезу. Приз був отриманий групою з Масачусетського технологічного інституту, яка придумала нерухому повторювану фігуру, яка періодично створювала рухомі «планери». Таким чином, кількість живих клітин могло рости необмежено.



Гармата планерів.

Потім були знайдені рухомі фігури, що залишають за собою «сміття» з інших фігур.

Елементарних клітинних автоматів існує всього 256, і поведінка деяких з них дублює інші. Стівен Вольфрам запропонував називати їх числами від 0 до 255 («Код Вольфрама»).

Розглянемо відразу на прикладі.

Візьмемо номер правила, наприклад, 110.

1. $110_{10} = 01101110_2$.

2. Впишемо цифри двійкового представлення числа в таблицю:

111	110	101	100	011	010	001	000
0	1	1	0	1	1	1	0

Залежно від станів сусіда зліва, самої клітини і сусіда праворуч (перший рядок таблиці) на наступному кроці клітина прийме один з станів, зазначених у другому рядку.

Ще більш наочно це можна уявити так:



Приклад з живої природи - Текстильний конус. Малюнок на його мушлі - не що інше як візерунок, породжений «Правилом 30»



Правило № 30. Мушля.

Науки, теорії яких мають цікаві точки дотику з феноменами «Життя»:

- Кібернетика. Сама гра є вдалою спробою Конвея довести існування простих самовідтворюваних систем.
- Біологія. Зовнішня схожість з розвитком популяцій примітивних організмів вражає.
- Фізіологія. Народження і смерть клітин аналогічні процесу виникнення і зникнення нейронних імпульсів, які і формують процес мислення, а також

аналогічні створенню імпульсів в нервовій системі багатоклітинних організмів.

- Астрономія. Еволюції деяких складних колоній дивним чином схематично повторюють етапи розвитку спіралеподібних галактик.
- Фізика твердого тіла. Теорія автоматів взагалі і гра «Життя» зокрема використовуються для аналізу «явищ переносу» - дифузії, в'язкості і теплопровідності.
- Соціологія. Процеси домінації, витіснення, поглинання, співіснування, злиття і знищення популяцій в багатьох аспектах схожі з явищами, що відбуваються при взаємодії великих, середніх і малих соціальних груп.
і т.д.

Тема 5. Моделі прийняття групових рішень

Експертне оцінювання—процедура отримання оцінки проблеми на основі думки фахівців (експертів) з метою подальшого прийняття рішення (вибору).

Експерти (від латинського "expertus" — досвідчений) — особи, які володіють знаннями і здатні висловити аргументовану думку щодо досліджуваного явища.

Метод «Дельфи»

Метод сформувався у процесі діяльності американської фірми „Ренд корпорейшн”, був розроблений Н. Далкі і О. Хелмером і вперше застосований у 1963 році.

Основні **особливості** «Дельфи»:

1. анонімність експертів;
2. використання результатів попереднього туру опитувань;
3. статистична характеристика групової відповіді.

Етапи застосування методу «Дельфи»:

1. передопитувальна підготовка: визначаються конкретні завдання та умови опитування, формується робоча група, збирається й аналізується інформація з досліджуваної проблеми, підбирається експертна група. Група експертів має включати 10 - 15 спеціалістів з певної галузі знань.
2. розробка гайду (від англ. guide – провідний принцип). Експерти висловлюють думки про конкретні питання, що необхідно обговорити і як їх сформулювати. Організаційна група аналізує та підсумовує всі пропозиції, складає гайд і розсилає його кожному експертові.
3. безпосереднє опитування. Принцип «зворотного зв'язку» – експерти повертають гайд з готовими відповідями, які відображають їхні думки про вирішення проблеми
4. аналіз та опрацювання результатів опитування: оформлюються в компактній, доступній формі у вигляді структурованих текстів, діаграм, таблиць, графіків з акцентами на найбільших суперечливих, екстремальних моментах оцінки
5. організаційна група збирає всі пропозиції в єдиний документ, який направляється всім експертам для остаточного затвердження, після чого створений прогноз чи рішення віддають замовникові.

Переваги методу «Дельфи»

- Можливість для кожного з членів групи висловити свою думку і обґрунтувати її.
- Можливість для кожного з групи вислухати думку всіх інших членів

Недоліки

- надмірно сильний вплив на групу доводів одного або кількох членів, спрямованих на випинання позитивних особливостей бажаних ними варіантів рішень
- велика і часто неефективна витрата часу членами групи, особливо при сильному розходженні думок у деяких з них
- поспішне застосування правила більшості, що не дозволяє врахувати думку всіх учасників групи

Метод «мозкової атаки»

Створюється відносно невелика група спеціалістів високого рівня із 10–15 чоловік, ставиться перед ними завдання для одержання від них продуктивних ідей з проблем, які викликають інтерес у дослідника. В задачу групи входить знайти неординарні управлінські рішення в умовах крайньої невизначеності. За декілька днів до початку сесії (наради) її учасникам в усній або письмовій формі слід надати загальну інформацію про проблему, яка підлягає обговоренню. Основна інформація про досліджувану проблему надається учасникам сесії безпосередньо перед її початком.

Нарада за методом «мозкової атаки» повинна генерувати значну кількість ідей, причому кожна ідея, якою б абсурдною вона на перший погляд не здавалась, повинна бути ретельно розглянута і оцінена.

Правила:

- забороняється критична оцінка висунутих ідей (класичний варіант «мозкової атаки»);
- обмежується термін одного виступу;
- допускаються багаторазові виступи одного учасника, але не підряд;
- усі висловлені ідеї обов'язково фіксуються;
- не дозволяється зачитувати підряд список ідей, який може бути підготовлений учасниками заздалегідь.

Етапи:

1. формування групи учасників «мозкової атаки» за кількістю і складом
2. постановку задачі перед учасниками «мозкової атаки», яка оформлена у вигляді проблемної записки
3. генерація ідей
4. систематизація ідей, які висловлені на етапі генерації (здійснює група аналізу)
5. деструкція систематизованих ідей. На цьому етапі кожна ідея піддається всебічній критиці з боку учасників «мозкової атаки» на предмет можливості її реалізації.
6. ретельна оцінка зауважень і складання списку ідей, які можуть бути використані

Метод «синектика»

Метод базується на мисленні групи експертів з орієнтацією на аналогії. Після встановлення і формулювання проблеми група експертів намагається виявити, яким чином подібні проблеми вирішуються в інших галузях. Далі, використовуючи

виявлені аналогії і принципи вирішення подібних проблем, експерти намагаються розв'язати конкретну задачу, яка стоїть перед ними.

Етапи:

1. формулюються і уточнюються проблема. Як правило, ніхто із учасників сесії, крім керівника, не посвячений у конкретні умови задачі.
2. формулюється «проблему як її розуміють». Розглядають можливість перетворити незнайому і незвичну проблему у ряд більш звичних задач. Кожен учасник має знайти і сформулювати одну із цілей поставленої проблеми.
3. проводиться генерування ідей, як аналогічні проблеми розв'язуються в задачах, далеких від поставленої проблеми
4. здійснюється критична оцінка ідей експертами. Синектичне засідання триває, як правило, декілька годин, складає незначну частину загального часу вирішення поставленої задачі. Решту часу синектори вивчають і обмірковують одержані результати, консультуються з спеціалістами, експериментують, займаються пошуками кращих способів реалізації рішення.

Метод є надзвичайно ефективний для підготовки рішень з особливо важливих проблем, про що свідчить використання його відомими світовими брендами, зокрема, General Electric, IBM, Zinger та ін.

Виборчі системи

Виборча система – це сукупність правил, яких необхідно дотримуватися для того, щоб голосування вважалось дійсним, та які визначають як голоси відкидаються, підраховуються та сумуються для отримання остаточного результату виборів або референдуму.

Види виборчої системи:

- **система з множинними переможцями:**

Пропорційна система – це виборча система, у якій розподіли в електораті є відображенням пропорційності у виборчому органі. Якщо $n\%$ електорату підтримують особливу політичну партію, тоді приблизно $n\%$ місць буде виграно цією партією.

Напівпропорційна система – це виборча система, у якій кожен виборець має n голосів, де n – це кількість місць, які повинні бути вибрані. Вона вважається пропорційною системою, що дозволяє об'єднаній коаліції, яка представлена $m/(n+1)$ фракціями виборців, гарантувати обрання m місць з n місць обраних.

Мажоритарна система – це виборча система, у якій виграють ті кандидати, які отримують абсолютну/відносну більшість. Відносна більшість – обраним вважається кандидат, який отримав найбільшу кількість голосів виборців, що взяли участь у голосуванні, а у випадку рівності голосів питання вирішується шляхом жеребкування або проведенням повторних виборів. Абсолютна більшість – обраним вважається кандидат, за якого проголосувало більше половини виборців, що прийшли на вибори, тобто $50\% + 1$ голос. У разі, якщо жоден кандидат не набрав необхідної кількості голосів, організуються повторні вибори, в яких беруть участь 2 кандидати, що набрали найбільшу кількість голосів.

- **системи з єдиним переможцем**

Послідовна система – це виборча система, де кожен виборець голосує за одного кандидата, і вибір, який отримує найбільшу кількість голосів перемагає, навіть якщо він отримує менше, ніж більшість голосів.

Система ранжування – це виборча система, яка дозволяє кожному виборцю ранжувати кандидатів у порядку переваги. Часто не є необхідним ранжувати всіх кандидатів – неоцінений кандидат, як правило, посідає останнє місце.

Розрахункова система – це виборча система, у якій кожному виборцю дають оцінки для кожної опції. Допустимі бали можуть бути числовими (від 0 до 100) або можуть бути ступені (A/B/C/D/F).

Критерії справедливості голосування:

1. Критерій більшості – якщо кандидат отримав більшість голосів на першому місці, то цей кандидат повинен бути переможцем.
2. Критерій Кондорсе – якщо кандидат є кращим у кожному порівнянні один одного з іншими виборами, то цей вибір повинен перемогти.
3. Критерій монотонності – якщо виборці змінюють свої голоси з метою підвищення переваги до кандидата, це не повинно завдати шкоди шансам перемоги кандидатів.
4. Критерій незалежності недоречних альтернатив – якщо невіграшний вибір видаляється з бюлетеня, це не повинно змінити переможця виборів.

Правило Кондорсе – для заданої таблиці результатів голосування (таблиці переваг) переможцем є кандидат, який перемагає будь-якого іншого кандидата при парному порівнянні за принципом більшості.

Парадокс Кондорсе – якщо парні порівняння утворюють цикл, то переможця немає.

Аксіоми Кенета Ероу

Перша аксіома Ероу вимагає, щоб система голосування була досить загальною для того, щоб враховувати всі можливі розподіли голосів виборців. Абсолютно необхідно, щоб система була дієвою при будь-яких перевагах виборців. Ця аксіома отримала назву *аксіоми універсальності*.

Друга аксіома Ероу: аксіома *одноголосності*: потрібно, щоб колективний вибір повторював в точності одностайну думку всіх голосуючих. Якщо, наприклад, кожен з голосуючих вважає, що кандидат А краще кандидата В, то і система голосування повинна приводити до цього результату.

Третя аксіома Ероу - незалежності від незв'язаних альтернатив. Нехай виборець вважає, що з пари кандидатів А і В кращим є А. Ця перевага не повинна залежати від ставлення виборця до інших кандидатів.

Четверта аксіома Ероу - повноти: система голосування повинна порівняти будь-яку пару кандидатів, визначивши, хто з них краще. При цьому є можливість оголосити двох кандидатів однаково привабливими.

П'ята аксіома Ероу є умовою *транзитивності*: якщо відповідно до думки виборців кандидат В не краще кандидата А (гірше або еквівалентний), кандидат С не краще кандидата В, то кандидат С не краще кандидата А. Вважається, що система

голосування, яка не допускає порушення транзитивності, поводить раціональним чином.

Визначивши п'ять аксіом — бажаних властивостей системи голосування, Ерроу довів, що системи, що задовольняють ці аксіоми, мають неприпустимим з точки зору демократичних свобод недоліком: кожна з них є правилом диктатора — особистості, яка нав'язує всім іншим виборцям свої переваги.

Метод Шульце

«Метод Шульце» — це математична конкретна модель, яка дозволяє застосувати ідею методу Кондорсе на практиці більш ефективно. Він вигідний тим, що може побороти традицію виборців обирати «менше зло» на виборах. В основі методу лежить принцип парних порівнянь, як і при використанні методу Кондорсе, однак метод Шульце передбачає побудову направленої графу і вирахування сили шляху - сили найслабшого зв'язку між кандидатами. Таким чином метод Шульце є різновидом методу Кондорсе, більш інноваційною його версією, що дозволяє «обійти» парадокс Кондорсе.

Метод використовується деякими організаціями, серед яких Debian, Ubuntu, Gentoo, Software in the Public Interest, Піратськими партіями Австралії, Австрії, Бельгії, Бразилії, Франції, Німеччини, Ісландії, Італії, Мексики, Нідерландів, Нової Зеландії, Швеції, Швейцарії, США та багатьма іншими.

Метод Борда

Метод Борда (правило Борда) - система голосування, запропонована в 1770 році Жан-Шарлем де Борда з метою більш ретельного врахування прихильності виборців в умовах безлічі кандидатів. Відповідно до цього методу результати голосування виражаються у вигляді числа балів, набраних кожним з кандидатів. Нехай число кандидатів n . Тоді за перше місце присуджується n балів, за друге - $n-1$, за останнє - один бал.

Метод множинності (Plurality Method)

Вибір з найбільшою кількістю голосів перших переваг вважається переможцем. Цей метод іноді помилково називають метод більшості (majority — більше 50%), але для вибору не обов'язково мати більшість голосів, щоб перемогти.

Метод множинності з виключенням (Instant Runoff Method)

Вибір з найменшою кількістю голосів перших переваг видаляється і будь-які голоси за цього кандидата перерозподіляються на наступний вибір виборців; це триває поки вибір не матиме більшість (більше 50%).

Метод Коупленда (Copeland's Method)

Кожна пара кандидатів порівнюється, використовуючи всі переваги, щоб визначити яка з двох є найкращою; найбільш переважний кандидат нагороджується одним балом; якщо нічия, то кожний кандидат нагороджується половиною балу; після всіх парних порівнянь кандидат з більшою кількістю балів вважається переможцем.

Метод схвалення (Approval Method)

Не вимагає, щоб виборці ранжували кандидатів; виборці просто схвалюють або піддають осуду кожного кандидата; кандидат з найбільшою кількістю схвалень стає переможцем.

Метод тактичного голосування

Метод тактичного голосування (стратегічне голосування, вичерпне голосування або нещирість голосування) - голосування, при якому виборець підтримує кандидата, який не відповідає його реальним вподобанням.

Матриця співвідношень «бажаності»

Багатовимірною матрицею рішень, яка допомагає зробити суб'єктивне рішення більш об'єктивним. Ця матриця забезпечує напівнауковий метод вибору того, який з декількох конкуруючих дизайнів чи стратегій краще всього відповідає списку вимог.

Метод критичного шляху

Будь-який проект складається з послідовних зв'язаних між собою робіт. Ці послідовності в свою чергу складаються з задач різної тривалості.

Критичний шлях проекту – найбільш тривала послідовність робіт проекту.

Проводиться аналіз в термінах термінів появи кожної події та розрахунок найбільш ранніх і пізніх строків, до яких може завершитися кожна подія.

1) **Найбільш ранні терміни** кожної події (earliest event time - EET) визначають мінімальну тривалість всього проекту.

2) **Найбільш пізні терміни** кожної події (latest event time - LET) розраховуються при зворотному проходженні мережевого графа через співвідношення : Ранній старт + Тривалість - 1

Метод критичного шляху (CPM)— це техніка моделювання проекту, що була розроблена наприкінці 1950х років Морганом Р.Уолкером з компанії DuPont та Джеймсом Е.Келлі, з компанії Remington Rand

Як розділити торт так, щоб всі були задоволені

Справедливий поділ, також відомий як задача чесного розподілу пирога, є задачею поділу ресурсу в такий спосіб, що всі учасники вважають, що вони отримали справедливий частку ресурсу. Проблема включає в себе гетерогенний ресурс, наприклад, торт з різними наповнювачами, які, як передбачається, можливо поділити - можна відрізати як завгодно від нього шматочки, не руйнуючи їх вартості.

Головні критерії:

Критерієм справедливості є **пропорційність**. У пропорційному розподілі, кожна людина отримує шматок, який вона оцінює, як, принаймні, $1/n$ від вартості всього пирога. Критерій пропорційності можна узагальнити і на ситуації, в якій права людей не рівні. Це призводить до критерію зваженої пропорційності.

Другим критерієм є **відсутність заздрості**. У поділі вільному від заздрості, кожна людина отримує шматок, який вона оцінює, принаймні так само, як будь-які інші частини.

Третім критерієм є **рівність для всіх**. У справедливому розподілі, кожна людина задоволена цінністю однаково.

У деяких випадках, частини, виділені учасникам, мають задовольняти деяким геометричним обмеженням, на додаток критерію справедливості. Найбільш поширеним обмеженням є з'єднання: кожна частина повинна бути зв'язаною з простором. У тому випадку, "пиріг" є 1-мірним інтервалом, де це призводить до вимоги, що кожна частина також є інтервалом. Іншим стримуючим фактором є сусідство. Це обмеження стосується часу, коли "пиріг" є спірною територією, яка повинна бути розділена між сусідніми країнами.

Класичний підхід «Розрізати-та-обрати» для 2-х гравців

Найперший підхід справедливості був запропонований Штейнгаузом і вивчався у контексті розрізання торта пропорційно між двома гравцями.

Один гравець розрізає торт на дві частини (які він вважатиме рівними за цінністю), а інший вибирає одну з частин (який шматок він вважає кращим).

Процедуру «розрізати-та-обрати» задовольняє двом важливим властивостям:

- пропорційність: кожному гравцеві гарантується як мінімум половина
- свобода від заздрощів: жоден гравець не буде заздрити іншим

Алгоритм Азіза и Макензі ґрунтується на елегантній процедурі, незалежно придуманій математиками Джоном Селфріджем та Джоном Конвеєм у 1960-х, що дозволяє елегантно розділити торт на 3-х.

1. Учасник 1 розрізає торт на 3 куски, які для нього виглядають рівноцінними;
2. Після цього двоє інших учасників обирають собі куски торта.
 - a. Якщо вони обрали різні, то першому дістається третій (останній) кусок;
 - b. Якщо станеться так, що 2-й та 3-й учасник оберуть один і той самий кусок, то учасник 3 має відрізати від нього такий шматочок, щоб залишок став рівноцінним іншому шматку торта (прибрати домінування самого ласого шматка, так щоб він був аналогічним другому за привабливістю шматку). Відрізаний шматочок відкладається.
 - c. Після цього 2-й учасник має обрати собі шматок за привабливістю, потім 3-й має забрати або кусок, від якого він відрізав, або, якщо цей кусок забрав учасник 2, той, з яким порівнювався надрізаний кусок. Останнім забирає кусок 1-й.
 - d. Залишок (шматочок, відрізаний 2-м учасником) можна розділити без проведення повноцінної процедури розподілу так як 1-й учасник у будь-якому випадку задоволений своїм куском (він розрізав торт на 3 еквівалентні за привабливістю куски) і навіть якщо цей кусок попаде комусь з двох інших учасників, для 1-го це не виглядало б нечесним. Якщо надрізаний кусок дістався 2-му учаснику, то третій розділяє обрізок на 3 рівні з його точки зору частини. Спочатку серед них обирає 2-й учасник, потім 1-й, потім 3-й (у цьому випадку 2-й учасник обирає 1-м, третій

сумарно має кусок, з його точки зору, кращий за 2-го, а з точки зору 2-го – всі куски рівноцінні).

У 2016 році Азіз та Макензі опублікували алгоритм чесного розподілу вже для 4 осіб.

Змістовий модуль 2. Числові моделі

Тема 6. Теорія ігор

Базові означення та класифікація

Теорія ігор - математичний метод вивчення оптимальних стратегій в іграх. Під **грою** розуміється процес, в якому беруть участь дві і більше сторін, які ведуть боротьбу за реалізацію своїх інтересів. Кожна зі сторін має свою мету і використовує деяку стратегію, яка може вести до виграшу або програшу - залежно від поведінки інших гравців.

Алгоритм роботи зі стратегічними взаємодіями.

- Записати реальну життєву ситуацію мовою теорії ігор, тобто створити теоретико-ігрову модель
- Абстрагуватись від реальної ситуації і зосередитись на самій моделі

У теорії ігор **стратегія гравця** - це повний план дій при будь-яких ситуаціях, які можуть виникнути. Стратегія визначає дію гравця в будь-який момент гри і для кожного можливого перебігу гри, здатного привести до кожної ситуації.

Набір стратегій - стратегії для кожного з гравців, які повністю описують всі дії в грі. Набір стратегій зобов'язаний включати одну і тільки одну стратегію для кожного гравця.

Поняття стратегії іноді (помилково) плутають з поняттям ходу. **Хід** є дією одного з гравців в якийсь момент гри. Стратегію можна порівняти з повним комп'ютерним алгоритмом для участі в грі, який передбачає можливість ходу з будь-якого можливого положення під час гри. Наприклад, число ходів в «хрестики-нуликах» 4 або 5, в залежності від того, хто почав; число всіх стратегій 384 або 945 відповідно.

Теорія ігор допомагає вибрати найкращі стратегії з урахуванням уявлень про інших учасників, їх ресурси і можливі вчинки.

Теорія ігор - наука про стратегічні рішення агентів: людей, компаній, урядів.

Стратегічні рішення - це такі рішення, які приймаються з урахуванням дій інших агентів і які впливають на корисність інших агентів.

Якщо продавець думає, за якою ціною продавати овочі на ринку, то при прийнятті рішення про рівень ціни вона повинна брати до уваги те, яку ціну встановили сусіди по ринку. Якщо вона встановить надто високу ціну, то товар у неї ніхто не купить. З іншого боку, якщо вона встановить надто низьку ціну, то вона втратить у прибутку. Рішення про те, яку ціну встановити - це *стратегічне рішення* продавця.

Якщо Маша прийшла в їдальню під час обідньої перерви і думає про те, який пиріжок купити: з яблуком, з капустою, з картоплею, - це *нестратегічне рішення*. Це рішення залежить виключно від того, як влаштовані смакові переваги Маші на множині різних пиріжків. Що їй більше подобається, те вона і купить.

Чиста стратегія дає повну визначеність, яким чином гравець продовжить гру. Зокрема, вона визначає результат для кожного можливого вибору, який гравцеві можливо доведеться зробити. Простором стратегій називають безліч всіх чистих стратегій, доступних даному гравцю.

Змішана стратегія є зазначенням ймовірності кожної чистої стратегії. Це означає, що гравець вибирає одну з чистих стратегій відповідно до можливостей, заданих змішаною стратегією. Вибір здійснюється перед початком кожної гри і не змінюється до її кінця. Кожна чиста стратегія є окремим випадком змішаної, коли ймовірність однієї з чистих стратегій дорівнює одиниці, а інших можливих чистих стратегій - нулю.

У кожного гравця є його **множина можливих стратегій** S_i .

Після того, як кожен гравець визначив множину своїх можливих стратегій, він має зробити вибір в яку із цих своїх стратегій зіграти. Він обирає із всіх можливих одну єдину стратегію.

Через s_i позначимо стратегію, яку гравець i обрав з множини своїх можливих стратегій $S_i, i = 1, \dots, n$.

Профілем стратегій будемо називати набір обраних гравцями стратегій $(s_1 \dots s_n)$. Тобто ті стратегії, які обрали гравці.

Після того, як кожен гравець обрав стратегію, повинен вирішитися результат гри – для цього для i -го гравця повинна бути задана **функція платежів**, тобто має бути визначена плата, яку отримають гравці, якщо буде зіграний цей профіль стратегій. Таким чином у кожного з гравців повинна бути задана функція платежів. Через $u_i(s_1, \dots, s_n)$ – позначають **функцію платежів i -го гравця**, що визначена на множині профілів стратегій всіх гравців, $i = 1, \dots, n$. Для кожного гравця ця функція має бути визначеною.

Всі стратегічні взаємодії можна розділити на два типи: на **одночасні** і на **послідовні**.

Ігри в нормальній (стратегічній) формі(одночасні взаємодії) - це статичні ігри, коли всі гравці приймають рішення одночасно (simultaneously). При цьому вони не знають, яку саме стратегію обирають інші гравці.

Гра в нормальній формі є заданою тоді, коли задано наступні три набори даних:

1. Сукупність всіх гравців – множина $I = \{1, 2, \dots, n\}$, $n > 1$.
2. Простір всіх можливих стратегій всіх гравців $S = \{S_1, \dots, S_n\}$
3. Функції корисності (плату) для всіх гравців $U = (u_1(s), u_2(s), \dots, u_n(s))$, де $s = (s_1, \dots, s_n)$ – вектор стратегій всіх гравців.

Зазвичай, дії гравців вважаються раціональними. Крім того, має місце ситуація загального знання (common knowledge): всі гравці знають, що раціональними є не тільки вони самі, але раціональними є також і всі інші гравці.

Приклади одночасної стратегічної взаємодії (ігри у нормальній формі)

- камінь, ножиці, папір
- вступ до ЗВО за результатами зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО).
- битва статей
- аукціон Вікрі
- футбольний турнір Shell Caribbean Cup, 1994 рік, Тринідад і Тобаго.

- Історія, описана в оповіданні Артура Конан Дойля «Остання справа Холмса» про **Шерлока Холмса і його одвічного суперника - Джеймса Моріарті.**

Ігри у розгорнутій формі(послідовні взаємодії) - представляється з використанням орієнтованого графа - дерева(дерева гри) наступним чином:

Вершини дерева є **станами (позиціями)**, в яких може перебувати гра, ребра — **ходи**, які можуть використовувати гравці. Передбачається, що в кожній позиції може здійснювати хід не більше одного гравця. Виокремлюють три види позицій (вершин) у грі:

- **початкова**, що є коренем дерева (вершина, яка не має вхідних ребер);
- **проміжні**, що мають вхідні та вихідні ребра;
- **термінальні**, що мають лише вхідні ребра.

Початкова та проміжні позиції утворюють множину нетермінальних позицій.

В кожній вершині вписано ім'я гравця, якому потрібно зробити крок в даній вершині. Ребра позначають можливі дії, які є у гравця в вершині, із якої ці ребра виходять. Вершини із яких не виходить не одного ребра називаються термінальними. Термінальним вершинам приписані платежі, які отримують гравці у випадку якщо гра закінчиться в цих вершинах. Така форма послідовної стратегічної взаємодії називається грою в розгорнутій формі.

Гра в розгорнутій формі є заданою тоді, коли:

1. Визначено набір гравців
2. Побудоване дерево гри
3. Всім термінальним вершинам присвоєно платежі, які отримують гравці

Прикладами ігор у розгорнутій формі можуть виступати:

- гра у шахи чи покер
- списування на іспиті
- отримання хабара
- президентські вибори у Колумбії
- сватання
- палички

Рівновага Неша

Рациональна поведінка гравців.

Гравець А не вміє читати думки гравця В, тому не знає точно стратегії s_B , але має припустити, яку стратегію обере суперник

Якщо гравець А обере стратегію s_A , то гравець В є сенс зіграти таку стратегію s_B (найкращу відповідь на стратегію s_A), щоб отримати найбільший з можливих платіж.

Концепції розв'язку ігор.

- Рівновага у домінуючих стратегіях
- Виключення домінованих стратегій

Домінування в теорії ігор - ситуація, при якій одна зі стратегій деякого гравця дає більший виграш, ніж інша, при будь-яких діях його опонентів. Зворотне поняття, нетранзитивність, виникає, якщо деяка стратегія може давати менші виграші, ніж інша, залежно від поведінки інших учасників. Поняття домінування використовується при вирішенні або спрощенні деяких типів некооперативної ігор.

Домінування буває *сильним та слабким*.

Стратегія В **домінує стратегію** А, якщо при будь-якій поведінці інших гравців використання стратегії В призводить до не гіршого результату, ніж використання А. Розрізняють **строге домінування**, коли В дає більший виграш, ніж А, в будь-яких умовах, і **слабке домінування**, якщо при деяких діях інших гравців В забезпечує більший виграш, ніж А, а при інших - однаковий з нею.

Стратегія В називається **строго домінуючою**, якщо вона строго домінує будь-яку іншу допустиму стратегію гравця.

Стратегія В називається **слабо домінуючою**, якщо вона домінує будь-яку іншу допустиму стратегію гравця, при цьому деякі з них домінує слабо.

Стратегія В називається **строго домінованою**, якщо існує інша стратегія, яка строго її домінує.

Стратегія В називається **слабо домінованою**, якщо існує інша стратегія, яка слабо її домінує.

Рівновагою Неша (названою на честь Джона Форбса Неша, який запропонував цей термін) у грі з двома чи більше гравцями називають сукупність стратегій або дій, згідно з якими кожен учасник реалізує оптимальну стратегію, передбачаючи дії суперників. Це така сукупність стратегій та виграшів, при якій жоден із учасників не може збільшити виграш, змінивши вибір стратегії в односторонньому порядку, коли інші учасники не змінюють свого вибору.

Ефективною за Парето називають рівновагу, за якої жодному учаснику гри не можливо покращити результат без погіршення результату іншому.

Якщо для одного з гравців існує строго домінуюча стратегія, він буде її використовувати в будь-якій з рівноваг Неша в грі. Якщо всі гравці мають строго домінуючі стратегії, гра має єдину рівновагу Неша. Однак, ця рівновага не обов'язково буде ефективною за Парето, тобто нерівноважні результати можуть забезпечити всім гравцям більший виграш. Класичним прикладом цієї ситуації є гра «Дилема в'язня».

Визначення рівноваги Неша говорить, що гравцю не вигідно відхилитися від сценарію, який відповідає рівновазі Неша.

Для ігор двох осіб можна відразу сформулювати алгоритм для знаходження рівноваги Неша.

1. Для гравця «рядочок» ми в кожному стовпчику – тобто для кожної стратегії цього гравця при фіксованій строгій другого – відмічаємо найбільший виграш. Іншими словами, ми фіксуємо певну стратегію другого гравця і серед множини виграшів (які визначаються вже тільки вибраною стратегією нашого гравця – гравця «рядочок») вибираємо та позначаємо найбільше число.

2. Для гравця «стовпчик» ми робимо теж саме, відмічаючи у кожному рядочку найбільший його виграш.

3. Ті комірчини, де будуть відмічені обидва виграші, і будуть рівновагою Неша.

Класичні приклади задач на рівновагу Неша:

- **битва статей**
- **дилема в'язня**
- **конкуренція між університетами**

Варто відмітити, що рівноваг Неша може бути декілька, або ж не бути жодної.

Теорема 1. Якщо існує рівновага в домінантних стратегіях, то вона є також і рівновагою Неша.

Теорема 2. Жодна із стратегій, які входять у рівновагу Неша, не може бути відкинута при видаленні сильно домінованих стратегій.

Ці теореми дозволяють застосувати процедуру видалення домінованих стратегій перед знаходженням рівноваг Неша.

Теорема 3. В змішаному розширенні любої гри із кінцевою кількістю стратегій завжди існують рівноваги Неша для змішаних стратегій.

Щодо кількості рівноваг Неша – то їх потрібно обчислювати для кожної конкретної гри окремо. Кількість рівноваг Неша навіть у чистих стратегіях може бути досить великою.

Аргументи, які виділяють саме рівновагу Неша з-посеред інших концепцій рішень у теорії ігор:

- *Рівновага за Нешем впливає як певна послідовність раціональних висновків.* Якщо ми думаємо «за іншого гравця», то ми повинні спиратися на певні припущення щодо нього. Зокрема – на те, що він є раціональним.
- *Рівновага Неша як необхідна передумова, якщо є лише одне рішення для гри.* Більш правдоподібним може бути той аргумент, що якщо є лише єдиний виграш для гри, то раціональні гравці повинні скористатися саме ним. Тому й не буде у жодного гравця прагнення відхилитися від сценарію, який впливає із рівноваги Неша. Також, якщо гравці вірять (чи знають), що існує лише один-єдиний спосіб проведення гри, то це може бути лише рівновага Неша.
- Іноді буває, що гравці є одnodумцями щодо того, якими мають бути їх виграшні стратегії у даній грі. Наприклад, це можна визначити опитуванням людей, тощо. Але в цьому випадку таке «рішення» може бути раціональним кандидатом на «прийнятне рішення» лише у тому випадку, коли-саме є рівновагою Неша.
- *Рівновага Неша як самопідсилюючий (самофокусуєчий, самоузгуджуючий) аргумент.* Гравці можуть перед грою домовитися про те, як саме вони будуть грати. Якщо вони всі погоджуються та такий розподіл виграшів – то це, швидше за все, якраз і буде рівновага Неша.
- *Рівновага Неша як стабільна соціальна домовленість.* Певна ситуація може виникнути у випадку, коли одна й та ж гра повторюється час від часу (із тими ж самими чи іншими гравцями). Тоді може виникнути певна суспільна домовленість, певна норма поведінки, - і тоді гравці будуть чітко знати, хто якої стратегії буде притримуватися.

Дилема в'язня

Два злочинці А та Б потрапили до рук поліції. Їх підозрюють у скоєнні пограбування. Слідчий пропонує кожному з них дати свідчення проти свого товариша. Ніяких доказів проти них немає: якщо ніхто з них не зізнається, то кожен проведе у в'язниці всього один рік за незаконне зберігання зброї. А та Б сидять в різних камерах і позбавлені можливості спілкуватися один з одним.

Якщо один з них дасть свідчення, а інший промовчить, то той, хто змовчав, проведе у в'язниці десять років, а той, що розколовся, вийде на свободу. Якщо обидва «розколяться», то кожен отримає по вісім років. Формально, ми маємо $I = \{A, B\}$, $S_1 = S_2 = \{ \text{«зізнатися»}, \text{«мовчати»} \}$. Нехай виграш кожного дорівнює, зі знаком мінус, рокам, проведеним за ґратами:

		Б	
		мовчати	закласти
А	мовчати	-1; -1	-10; 0
	закласти	0; -10	-8; -8

Яка стратегія буде оптимальною для злочинців? Кожному вигідно закласти, незалежно від того, що зробить інший. Припустимо, що А стало відомо, що Б промовчить. Якщо А закладе, то він проведе у в'язниці 0 років; якщо промовчить, то один рік. Отже, якщо Б буде мовчати, то А закладе. Тепер припустимо, що А знає, що Б вирішив закласти. А все одно вигідно закласти (так він отримає 8 років проти 10). Отже, незалежно від того, що зробить Б, А закладе. Оскільки виграші симетричні, Б теж закладе: профіль стратегій («закласти», «закласти») є рівновагою в сильно домінуючих стратегіях.

Ефективність за Парето

Зауважимо, що результат «дилеми в'язня» (8 років в'язниці кожному) не є найкращим: якби А та Б зіграли стратегії $s = (\text{«мовчати»}, \text{«мовчати»})$, то кожному з них було б строго краще. Це наслідок того, що ми аналізуємо ігрову, а не оптимізаційну задачу. А та Б приймають рішення окремо; якби за них обох вирішував хтось один, який максимізує сумарний виграш А і Б, то він би дійсно вибрав $s = (\text{«мовчати»}, \text{«мовчати»})$. Однак в реальності кожен вирішує сам за себе.

Згідно із визначенням профілю Парето-ефективних стратегій, вважається що перший профіль стратегій є кращим за другий, якщо всі без винятку гравці згодні з тим, що перший профіль стратегій не гірший, причому принаймні один гравець вважає, що перший профіль стратегій кращий. У грі «дилема ув'язненого» єдиний профіль стратегій, який не є Парето-ефективним – це рівноважні стратегії («зізнатися», «зізнатися»).

Послідовне виключення домінованих стратегій

Це часто застосовна технологія рішення або спрощення некооперативних ігор. Вона заснована на припущенні про те, що в процесі гри сторони не будуть використовувати доміновані стратегії, в зв'язку з чим їх можна не розглядати при подальшому вирішенні. Однак, виключення цих стратегій з розгляду призводить до звуження безлічі можливих ситуацій, в результаті чого можуть виникнути нові доміновані та домінуючі стратегії, які у вихідній грі не домінували. Послідовне

виключення домінованих стратегій полягає в їх знаходженні та видаленні в послідовності редукованих ігор з множинами ігрових ситуацій, що звужуються.

Видалення слабо домінованих стратегій також призводить до рівноваги Неша, проте ця рівновага може бути не єдиною. У деяких іграх, в залежності від послідовності видалення слабо домінованих стратегій, процес ітеративного (багаторазового, повторного) виключення може сходитися до різних рівноваг Неша.

Класичним життєвим прикладом використання видалення домінованих стратегій є **битва на морі Бісмарка**.

Зв'язок між концепціями

Якщо в грі є рівновага в строго домінуючих стратегіях, то за визначенням це означає, що у кожного з гравців є строго домінуюча стратегія. Це означає, що вона домінує будь-яку стратегією цього гравця, але тоді послідовно викреслюючи доміновані стратегії, зводимо матрицю до розміру виду 1 на 1. Спочатку викреслюємо доміновані стратегії першого гравця, а потім скориставшись тим, що у другого гравця теж є строго домінуюча стратегія, а, отже, всі інші стратегії є строго доміновані, виключаємо їх, звівши матрицю до розміру виду один на один. За визначенням цей профіль буде рівновагою, яка отримана виключенням строго домінованих стратегій. Таким чином, якщо в грі є рівновага в строго домінуючих стратегіях, то в цій грі обов'язково є рівновага, отримана виключенням строго домінованих стратегій. Проте зворотне твердження невірне: якщо в грі є рівновага, яка отримана виключенням строго домінованих стратегій, то не обов'язково є рівновага в строго домінуючих стратегіях.

За допомогою рівноваги в строго домінуючих стратегіях можна вирішити більш вузький клас ігор, ніж за допомогою рівноваги, яку ми отримуємо виключенням строго домінованих стратегій. Але зате властивості рішення, яке знаходиться внаслідок використання концепції рівноваги в строго домінуючих стратегіях сильніше властивостей, які є результатом рішення за допомогою виключення домінованих стратегій.

Рівновага Неша та інші концепції

Чи випадково, що рівновага в домінуючих стратегіях є і рівновагою Неша? Ні, не випадково. Виявляється, що якщо в грі є рівновага в домінуючих стратегіях, то вона завжди буде і рівновагою Неша. Тому що якщо в профілі кожен з гравців грає свою домінуючу стратегію, то це означає, що, відхилившись, жоден з гравців не зможе збільшити свій платіж при фіксованих стратегіях всіх інших. Таким чином, рівновага в домінуючих стратегіях завжди є рівновагою Неша.

Чи завжди рівновага, отримана послідовним виключенням строго домінованих стратегій, буде рівновагою Неша? Так, завжди. Адже крім строго домінованих стратегій, наприклад, викреслюючи по черзі рядки першого гравця або стовпці другого гравця, ми на кожному кроці викреслюємо ті стратегії, які приносять гравцеві менші платежі. І тому, якщо профіль (a_i, b_j) є рівновагою, отримана виключенням строго домінованих стратегій, то це означає, що жодному з гравців не вигідно відхилитися і переглянути свою стратегію. Отримати більший платіж він ніяк не зможе. Інакше, якщо припустити, що замість стратегії a_i , йому було б

вигідно зіграти якусь іншу стратегію a_k , ми б не змогли виключити ту саму стратегію a_k в процесі виключення строго домінованих стратегій. Перший гравець повинен був би отримати менший платіж, граючи a_k . Звідси випливає, що рівновага, що отримується виключенням строго домінованих стратегій, завжди є рівновагою Неша. Те ж саме стосується і рівноваги, отриманої виключенням слабо домінованих стратегій. Чи завжди рівновага Неша буде рівновагою, отриманою виключенням строго (слабо) домінованих стратегій? Розглянемо якусь гру. У цій грі є рівновага Неша, і ми намагаємося відповісти на питання, чи правда, що можна поспіть, виключаючи деякі стратегії, прийти до цього профілю, який є рівновагою Неша. А ось це твердження невірне. І, як контрприклад, можна розглянути ту ж саму «**Битву статей**».

У цій грі є дві рівноваги Неша: (Футбол, Футбол) і (Балет, Балет). Однак в цій грі немає ні строго домінованих стратегій, ні строго домінуючих стратегій. Таким чином, рівновага Неша не є обов'язково рівновагою в домінуючих стратегіях або рівновагою, отриманою виключенням домінованих стратегій.

Достатні умови для того, щоб рівновага Неша була розіграна:

1. Всі гравці роблять все можливе для максимізації їх очікуваних вигащів згідно правил гри.
2. Гравці бездоганні у дотриманні стратегій.
3. Гравці достатньо розумні для знаходження рішення.
4. Гравці знають сплановану стратегію рівноваги всіх інших гравців.
5. Гравці вірять, що відхилення в їх власних стратегіях не призведе до відхилення в стратегіях інших гравців.
6. Існує загальне для всіх знання (впевненість), що всі гравці дотримуються цих умов. Тобто кожен гравець знає, що інші дотримуються умов і знають проте, щі інші володіють цією ж інформацією.

Коли умови не дотримуються

1. Перша умова не дотримується, якщо гра не коректно описує кількість гравців, що бажають максимізувати вигащ. В цьому випадку не має сенсу приймати стратегію рівноваги. Наприклад, дилема в'язня не буде дилемою, якщо один з гравців хоче опинитися у в'язниці.
2. Навмисна або випадкова недосконалість у виконанні. Наприклад, комп'ютер, що здатний до бездоганної логічної гри проти іншого бездоганного комп'ютера призведе до рівноваги. Введення недосконалості призведе до руйнування рівноваги або через втрати гравця, який робить помилку, або через відкидання критерію загального знання, що може призвести до перемоги гравця.
3. В багатьох випадках третя умова не дотримується тому, що навіть хоча рівновага повинна існувати, вона є невідомою через складність гри. Наприклад, у китайських шахах «Сянці». Або, як буває, вона не може бути відомою для всіх гравців - наприклад, при грі в хрестики-нулики з маленькою дитиною, яка відчайдушно хоче виграти (при цьому всі інші критерії задоволені).
4. Критерій загального знання може бути не дотриманий навіть якщо всі гравці, фактично, дотримуються всіх інших умов. Гравці, які неправильно розглядають

раціональність поведінки інших, можуть приймати контр-стратегії, очікуючи нерациональної поведінки їхніх опонентів. Це є важливим, наприклад, у гонці озброєнь чи у грі «Курча» (Яструби-голуби) .

Коли умови дотримуються

Через обмеженість умов в яких можна досягти рівновагу Неша, вони рідко використовуються як орієнтир для щоденної поведінки, або спостерігаються в практиці переговорів. Однак, як теоретичний концепт у соціології, економіці, еволюційній біології та ін, рівновага Неша має велику пояснювальну силу. Виграш в економіці — корисність (інколи гроші), у біології — передача генів, у соціології — прийняття рішень на основі теорії національного вибору, все це є фундаментальними для виживання.

Парадокс Бреса — парадокс, що приписують німецькому математику Дітриху Бресу, який стверджує, що збільшення пропускної потужності мережі за за умови, що гравці (учасники руху) самі обирають свій маршрут, може знизити загальну продуктивність. Причиною цього є те, що рівновага Неша для таких систем є не обов'язково оптимальною в сенсі оптимальності за Парето.

Найпростішим прикладом парадоксу Бреса є модель мережі доріг.

Стабільність конкуренції. Модель Хотелінга-Даунса

Вперше дана модель були описана у статті Гарольда Хотеллінга «Стабільність конкуренції» у 1929 році, де він розглядав економічні приклади, в яких декілька фірм конкурували за споживачів, що були розташовані на певному відрізку. У 1957 році вже Ентоні Даунс у книзі «Економічна теорія демократії» розширив і популяризував цю модель, перенісши її на політичну конкуренцію.

Опис моделі:

- Маємо певну країну;
- У країні двопартійна політична система;
- Скоро мають відбутися парламентські вибори;
- Існує головне питання, котре зараз обговорюється в цій країні, и від позиції партій з цього питання залежить результат виборів. (питання про ступінь втручання держави в економіку)
- Виборці будуть віддавати свій голос за якусь з партій на основі свого відношення до позиції партії з цього питання.

Гравцями в цій моделі виступають партії, які роблять свій стратегічний вибір одночасно. У нас є політичний простір, його буде представляти відрізок $[0;1]$, де 0 – держава ніяк не повинна втручатися в економіку, а 1 – держава повністю регулює економіку.

Кожна точка на цьому відрізку відповідає тій чи іншій політичній позиції. Тобто, чим ближче точка до 0, тим до меншої ролі держави в економіці схильна ця людина або партія.

Виборці не являються стратегічними гравцями, вони рівномірно розташовані на цій прямій. Характеристики виборців:

- Позиції виборців рівномірно розташовані на відрізку $[0, 1]$;

- Кожен виборець i має свою ідеальну точку x_i – це його позиція по основному питанню;
- Маємо ідеальну точку медіанного виборці (виборець з медіанною позицією) – m ;
- Так як ми вважаємо, що наші виборці розташовані рівномірно на відрізку, в нашому випадку $m = 0.5$;
- Виборці голосують чесно (не стратегічно) – вони обирають ту партію, позиція якої їм найбільш близька;
- Якщо позиція партій однаково близька виборцю, то він обере за кого голосувати у чесній лотереї (підкине монетку)

Ця модель пояснює те важливе спостереження, що на багатьох виборах голоси розбиваються майже навпіл: адже досвідчені кандидати будуть намагатися бути якомога ближче до центру голосування. Однак модель Даунса пророкує, що у кандидатів при цьому будуть майже однакові позиції, а це зовсім не обов'язково так. Кандидати на виборах в США здебільшого дуже близькі ідеологічно, але все ж рідко настільки близькі, наскільки це передбачається даною моделлю.

Представлена тут модель являє собою всього лише найпростіший варіант моделі Даунса. Сам Даунс, і інші дослідники займалися розробкою більш складних варіантів, ніж цей. У реальному житті думки виборців не піддаються суворому упорядкуванню у вигляді нормального розподілу, що проходить уздовж єдиної фіксованої ідеологічної осі; замість цього вони займають мінливі позиції на цілому ряді осей, а з деяких питань займають сильно відмінні один від одного позиції. Однак навіть така проста модель дозволяє пояснити, чому деякі, але не всі вибори закінчуються з результатом голосування майже 50:50, чому кандидати не займають на загальних виборах співпадаючих позицій і чому кандидати часто змінюють свої ідеологічні позиції в проміжку між первинними і загальними виборами.

Модель Курно

Олігополія - тип ринкової структури недосконалої конкуренції, в якій домінує вкрай мала кількість фірм. Вона характеризується невеликою кількістю фірм (зазвичай до 10, хоча може бути і більше) і великою кількістю покупців. Окрім того, товар, що реалізовується олігополістичними фірмами, може бути і диференційованим, і стандартизованим. І олігополії існує можливість впливати на ціну, що передбачає спадну криву попиту. Крім того, ціноутворення на ринках олігополії передбачає взаємозалежність фірм, при прийнятті рішень щодо їх поведінки на ринку. На останок, в олігополії є наявність істотних бар'єрів входу на ринок.

Причинами бар'єрів входу на ринок при олігополії можуть бути:

- ефект масштабу може вдіяти не вигідним існування багатьох фірм
- на ринку.
- ліцензування та патенти ускладнюють доступ на ринок.
- контроль над рідкісними джерелами сировини.

Принциповим наслідком невеликої кількості фірм на ринку є їх особливі взаємини, які проявляються в тісному взаємозв'язку і гострому суперництві між підприємствами. На відміну від досконалої конкуренції або чистої монополії при олігополії діяльність кожної з фірм викликає обов'язкову відповідну реакцію з боку конкурентів. Подібна взаємозалежність дій і поведінки небагатьох фірм є ключовою

характеристикою олігополії і поширюється на всі сфери конкуренції: ціну, обсяг продажів, частку ринку, інвестиційну та інноваційну діяльність, стратегію стимулювання збуту, післяпродажні послуги тощо.

Класифікація моделей олігополії

Моделі олігополії можна розділити на некооперовані та кооперовані.

Некооперовані - розглядають ситуації прийняття рішень незалежно один від одного, але оцінюючи можливу реакцію конкурентів.

Кооперовані - стосуються випадків змови (таємного або явного).

Моделі олігополії розрізняються також за складом ендогенних і екзогенних змінних.

- Якщо олігополісти приймають рішення про обсяг випуску продукції, то модель являє собою кількісну олігополію.
- Якщо олігополісти приймають рішення про ціну на продукцію, то модель розглядає цінову олігополію.

Прагнення олігополістів до кооперативної поведінки сприяє утворенню картелів.

Олігополія Курно - економічна модель ринкової конкуренції. Прикладами олігополій можна назвати виробників пасажирських літаків, таких як «Boeing» або «Airbus», виробників автомобілів, таких як «Mercedes», «BMW». Олігополія з двох учасників носить назву дуополія.

Основні положення моделі:

- На ринку діє фіксована кількість $N > 1$ фірм, що випускають економічне благо одного найменування;
- Вхід на ринок нових фірм і вихід з нього відсутні;
- Фірми мають ринкову владу. Зауваження: сам Курно не знав, що таке ринкова влада. Цей термін з'явився пізніше;
- Фірми максимізують свій прибуток і діють без кооперації.

Загальна кількість фірм на ринку N відома всім учасникам. Кожна фірма, приймаючи своє рішення, враховує випуск інших фірм заданим параметром (константою). Функції витрат фірм $c_i(q_i)$ можуть бути різні і також передбачаються відомими всім учасникам.

Функція попиту являє собою спадну функцію від ціни блага. Ціна блага задана як ціна рівноваги галузевого ринку (величина галузевого пропозиції дорівнює величині попиту на дане економічне благо при одній і тій же ціні). Уявимо ситуацію:

Нехай у місті працює 2 фірми. Обидві фірми випускають однакову продукцію — енергетичні напої. У нас стоїть питання: як між ними влаштована конкуренція. Для рішення побудуємо модель Курно.

Запитання:

- Які стратегії обирає кожна з фірм?
- Що кожна з фірм в результаті отримає?

Передумови моделі:

- Кожна з фірм максимізує свій прибуток(може бути інша характеристика);
- Кожна з фірм приймає стратегічне рішення про обсяг продукції, що буде випускатись;

- Рішення про обсяг продукції, що буде випускатися фірми приймають одночасно і незалежно один від одного;

Стратегії фірм:

$$q_1 \in [0, +\infty), q_2 \in [0, +\infty)$$

Платежі фірм:

Прибуток (P) = Дохід – Витрати

$P = pq - cq$, де p – ціна за товар, q – кількість товару, що було випущено, c – витрати на виробництво одиниці продукції. В нашому випадку, будемо вважати, що витрати = $0. p = 1 - (q_1 + q_2)$, тобто чим більше було випущено товару, тим менше буде ціна.

Олігополія – це структура ринку, при якій в одній галузі домінує невелика кількість конкуруючих фірм, при цьому хоча б одна або дві з них, виробляють значну долю продукції даної галузі, а поява нових продавців ускладнена чи неможлива.

Для її аналізу в теорії ігор використовують дві моделі: Курно (гра у нормальній формі) та Штакельберга (гра у розгорнутій формі).

Монопольний зговір. Роль інформації про іншу фірму

Картель - це об'єднання фірм, що погоджують свої рішення з приводу цін і обсягів продукції так, як якщо б вони злилися в чисту монополію.

Створення картелю вимагає вироблення спільної стратегії (з приводу цін, обсягів виробництва), встановлення квот для кожного учасника і створення механізму контролю за виконанням прийнятих рішень. Встановлення єдиних монопольних цін підвищує виручку всіх учасників, але зростання цін досягається шляхом обов'язкового зниження обсягу продажів.

В результаті у кожного учасника виникає спокуса отримати подвійний вигравш: продавати свою продукцію за високою картельною ціною, але з перевищенням низьких картельних квот. Якщо подібного роду опортуністична поведінка стане загальною, то картель розвалиться.

Картель - класичний приклад кооперативної гри з p учасниками, де p може дорівнювати 2, 3 і тощо. Обов'язкова умова картельної угоди полягає в тому, щоб кожен його учасник отримав не менше того, на що він міг би розраховувати при об'єднанні проти нього всіх інших олігополістів.

Модель Штакельберга

Модель Штакельберга - теоретико-ігрова модель олігополістичного ринку при наявності інформаційної асиметрії. Названа на честь німецького економіста Генріха фон Штакельберга, вперше описав її в роботі *Marktform und Gleichgewicht* (Структура ринку і рівновагу).

У 1934 р. німецька економіст Генріх фон Штакельбергом зробив спробу вдосконалити моделі дуополії Курно.

На відміну від моделі Курно, в якій обидві фірми на ринку є рівноправними гравцями, в моделі Штакельберга одна з них (лідер I) активна, а інша (послідовник II) пасивна. Послідовник надає лідеру можливість першому запропонувати на ринку бажану кількість товару і залишений після цього незадоволений галузевий попит

розглядає як свою частку ринку. Таке взаємовідношення між конкурентами може виникнути внаслідок асиметричного розподілу інформації: лідер знає функцію витрат послідовника, в той час як послідовник не обізнаний про виробничі можливості лідера. Тим самим було покладено початок моделі, заснованої на лідерство в цінах.

Якщо послідовник моделі Штакельберга дотримується припущень моделі Курно - слідує своїй кривій реагування і приймає рішення про випуск, вважаючи випуск суперника заданим, то лідер знає криву реагування послідовника і враховує її при виробленні власної стратегії, діючи при цьому подібно монополісту. Таким чином, модель Штакельберга припускає можливість існування чотирьох комбінацій двох типів поведінки

- У перших двох випадках поведінка дуополістів стабільна: одна фірма - лідерка, інша - послідовник.
- У третьому випадку перед нами типова модель Курно (як окремий випадок моделі Штакельберга).
- У четвертому випадку неминуче розв'язання цінової війни, яка буде тривати до тих пір, поки один з дуополістів не відмовиться від претензії на лідерство, або суперники вступають у змову.

У цій моделі поведінка фірм описується динамічною грою з повною досконалою інформацією, що відрізняє її від моделі Курно, в якій поведінка фірм моделюється за допомогою статичної гри з повною інформацією. Головною особливістю гри є наявність лідируючої фірми, яка першою встановлює обсяг випуску товарів, а інші фірми орієнтуються в своїх розрахунках на неї.

Хід гри:

- 1 фірма обирає свій обсяг випуску Q_I ;
- 2 фірма обирає свій обсяг випуску Q_{II} який залежить від Q_I ;
- На ринку з'являється $Q_I + Q_{II}$ одиниць товару. Встановлюється ціна $p = 1 - Q_I - Q_{II}$;
- Фірми отримують прибуток.

У такій ситуації фірмам не потрібно приймати стратегічних рішень. Прибуток лідера залежить тільки від його обсягу випуску, так як обсяг випуску послідовника заданий рівнянням його реакції: $Q_{II} = Q_{II}(Q_I)$.

Ігри у розгорнутій формі

Опис дерева гри у розгорнутій формі:

- Кожній вершині приписано ім'я гравця, якому належить хід в цій вершині.
- Різні вершини відповідають різним станам гри.
- Ребрам, які виходять з цих вершин, приписані назви дій, які можуть зробити гравці, яким належить хід в цих вершинах.
- Вершини, з яких не виходить жодного ребра, називаються термінальними. Їм приписані платежі, які отримують гравці в разі, якщо гра завершиться в цих вершинах.

Модель Даунса.

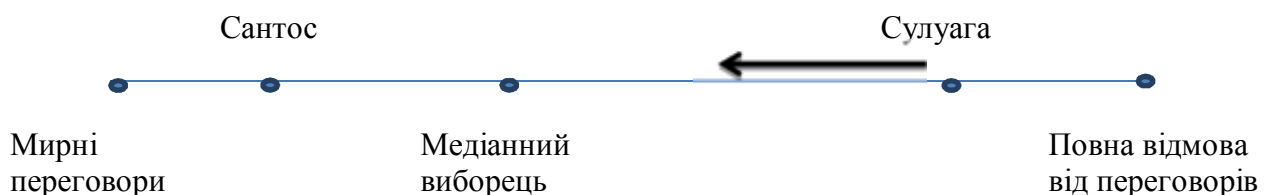
Даунс використовував модель, вперше запропоновану Херолдом Хотеллінгом для пояснення того, чому бакалійні лавки в провінційних містечках, як правило, розташовуються поблизу один від одного.

Припустимо, що містечко являє собою шахтарське селище в глибокій провінції, а найближчий магазин розташований від нього в 50 милях. У селище приїжджають, щоб відкрити в ньому магазини, два торговця-конкурента. З досвіду торгівлі в шахтарських селищах обидва вони однаково добре знають, які товари будуть тут користуватися попитом, тому єдине, чим їх магазини можуть відрізнитися, - це місце розташування, тому що клієнти-шахтарі будуть відвідувати той магазин, який знаходиться ближче. У подібному випадку існує тільки одне місце, яке ідеально підходить для розташування магазину, - це точка, в якій середня відстань від будинку кожного шахтаря до магазину є мінімальним. Обидва власники магазинів це усвідомлюють, то вони розташують свої крамниці в одному і тому ж місці, незважаючи на те, що вони виявляться впритул один до одного. І незважаючи на те, що розташування лавок далеко один від одного скоротило б час частині клієнтів, щоб дійти від будинку до лавки, і до того ж зберегло б можливість для власників крамниць порівну поділити між собою обсяг комерції.

Президентські вибори у Колумбії в 2014 році.

Логіку моделі Хотеллінга Даунс застосував до ситуації виборів. У простій моделі Даунса передбачається, що виборці впорядковані відповідно до своїх політичних думок - від лібералів до консерваторів. Передбачається також, що кожен виборець буде голосувати за того кандидата, який ідеологічно йому ближче. У подібній ситуації кандидати будуть прагнути бути ідеологічно якомога ближче до «золотої середини», що б задовольнити бажання виборців і здобути перемогу на виборах.

До другого туру вийшли Оскар Сулуага і Хуан Мануель Сантос, які набрали близько 25 відсотків у першому турі. На цих виборах проблемною точкою стало питання про перемир'я з повстанським угрупованням FARC, яке довгий час вело в Колумбії бойові дії. Напередодні виборів це був найактуальніше питання. Весь політичний простір по відношенню до цього аспекту можна представити у вигляді відрізка, умовно від 0 до 1, де 0 - це мирні переговори за всяку ціну, а 1 - негайне припинення переговорів і початок військових дій.



Які позиції займають кандидати на виборах?

- Позиція Сантоса полягала в тому, що потрібно вести мирні переговори з FARC. Заради укладення миру він був готовий піти на значні поступки, в тому числі, дозволити членам FARC займати місця в Конгресі Колумбії.
- Сулуага, навпаки, вважав, що потрібно вести активні бойові дії проти FARC і критикував всіх, хто виступав за проведення мирних переговорів з ними. Відзначимо позицію кандидатів на прямий, на нашому політичному спектрі.

Чим ближче до його позиції буде позиція кандидата, тим більша ймовірність перемоги останнього на виборах. Так, за даними соціологічних опитувань, більшість виборців підтримувало продовження мирних переговорів. В травні частка цих виборців становила 64%. У червні - 72%. Це означає, що медіанний виборець займає позицію десь ближче до початку відрізка.

Побачивши розподіл виборців уздовж політичного спектра перед виборами, позиція Сулуаги починає змінюватися. Він публічно оголошує, що не зупинятиме мирні переговори, якщо прийде до влади. Він каже, що FARC повинна буде припинити бойові дії, що ніякої злочинної діяльності FARC більше вести не повинна, і що протягом місяця вони повинні зупинити її, і після цього можливе укладання мирної угоди. Умовно на нашій прямій можна зобразити зміщення позиції Сулуаги в сторону медіанного виборця приблизно на середину відрізка

Ми бачимо, що в результаті цього Сулуага мав би отримати більше голосів, ніж він отримував зараз, займаючи радикальну позицію, однак така зміна позиції виявилась недостатньою для перемоги. Президентом Колумбії був переобраний Сантос. Він набрав трохи більше 50% голосів. Сулуага набрав близько 45%. Така зміна позиції була недостатньо радикальною. Сулуазі потрібно було змінювати свою позицію, зрушуватися до медіанного виборця ще сильніше.

Точно так можна провести аналіз будь-якої передвиборної кампанії. Модель Даунса - це дуже хороший, потужний інструмент, який дозволяє проаналізувати політичну конкуренцію під час передвиборної кампанії.

Алгоритм оберненої індукції

У динамічних іграх з повною і досконалою інформацією зручно вирішувати гру **методом оберненої індукції**.

Відповідно до методу оберненої індукції гра «розмотується» з кінця. При цьому розглядаються всі останні вершини гри, в яких один з гравців робить вибір, виходячи з його раціональності. Далі процес повторюється для всіх попередніх вершин, поки не дійде до початкової вершини.

Обернену індукцію можна реалізувати і на основі функцій відгуку гравців.

Для наочності наведемо приклад з усім відомою дитячою книгою «Вінні Пух і всі-всі-всі». В одному епізоді йдеться про день народження ослика Іа-Іа, і Вінні вирішив подарувати осликові горщик з медом. День був спекотним, а дорога довгою. Не пройшовши півдороги Пух захотів їсти. Перед ним став нелегкий вибір: з'їсти мед бо донести подарунок за призначенням. Він не втримався, і одразу про це ж пожалкував, бо в нього не було іншого подарунка Іа-Іа. Проте він подумав, що горщик може бути самостійним подарунком, і виявився правий, тому що ослик зрадив горщику. Таким чином, у книзі розгортається стратегічна взаємодія між Вінні Пухом та Іа-Іа.

1. Спочатку Вінні вирішує з'їсти мед з горщика або ні.
2. Потім Іа-Іа, знаючи яке рішення прийняв Вінні, вирішує приймати подарунок або ні.

Побажаннями гравців у цій ситуації.

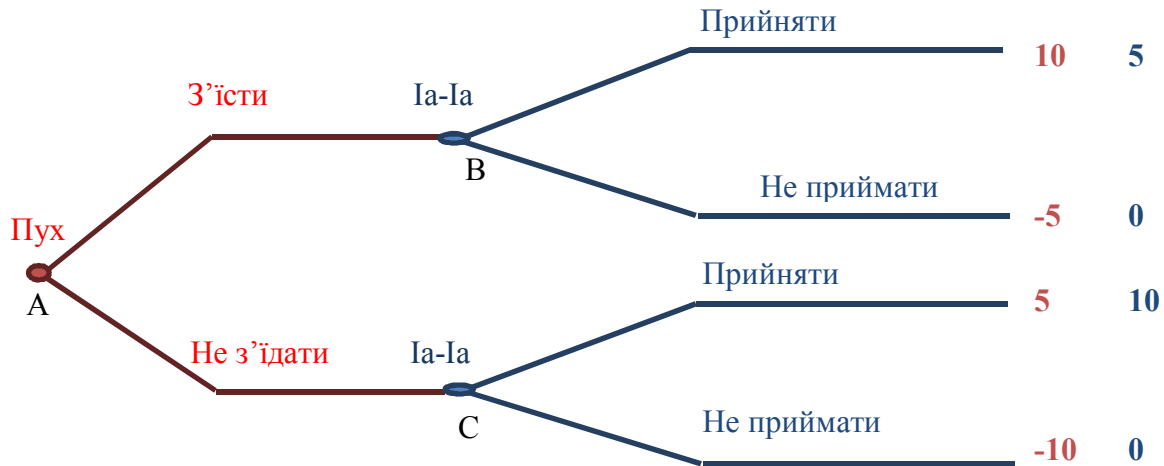
1. З одного боку, Вінні Пух дуже зголоднів, з іншого – йому хочеться порадувати Іа-Іа, подарувавши гарний подарунок.

2. Найкраще для Вінні було б, якби він з'їв мед, а Іа-Іа ве одно погодився б прийняти подарунок.
3. Проте Вінні Пуху краще було б не їсти мед за умови, якщо Іа-Іа прийме подарунок, ніж з'їсти мед, а потім отримати відмову від ослика.
4. Найгірше було б, якби Вінні не їв мед, а Іа-Іа відмовився б від горщика з медом.

Побажання Іа-Іа виглядають наступним чином.

1. Іа-Іа завжди краще прийняти подарунок, ніж відмовитися від нього.
2. При цьому, отримати повний горщик було б краще, ніж пустий.

Описану взаємодію можна представити у вигляді дерева гри.



Кожній вершині приписане ім'я гравця, якому в цій вершині належить хід, а ребрам приписані дії, які гравець може вчинити. Вершини, в яких гра закінчується, називаються термінальними. Їм приписані певні платежі. У даному випадку, перший платіж позначає платіж першого гравця, а другий – другого. Представлення гри в такому вигляді називається грою в розгорнутій формі. Ця модель слугує для опису послідовних стратегічних взаємодій.

Підгрою називається та частина дерева, яка починається в не термінальній вершині. У даному випадку є три підігри:

- Підгра В, що відповідає ситуації, в якій Іа-Іа має прийняти рішення що робити в ситуації з пустим горщиком: приймати чи ні;
- Підгра С, коли Іа-Іа має прийняти рішення що робити в ситуації з повним горщиком: приймати чи ні;
- Підгра А, яка співпадає з усією грою.

Стратегія гравця в грі в розгорнутій формі – набір дій гравця в кожній вершині, в якій йому належить хід.

У нашому випадку, у Вінні Пуха є всього одна вершина, де йому належить хід. За визначенням, стратегія – це вказівка Вінні Пуху що йому робити в цій вершині, де йому належить хід.

1. Перша стратегія: їсти мед.
2. Друга стратегія: не їсти мед.

У Іа-Іа є дві вершини, в яких йому належить хід. Відповідно, стратегія Іа-Іа має містити інформацію :

1. По-перше, що він буде робити у випадку, якщо він опинився в ситуації, коли має прийняти рішення про прийняття чи не прийняття пустого горщика;

2. По-друге, що він буде робити у випадку, якщо він опинився в ситуації, коли має прийняти рішення про прийняття чи не прийняття повного горщика.

Дії в обох випадках можуть різнитися або співпадати. Таким чином у Ia-Ia є чотири стратегії.

1. Приймати подарунок в будь-якому випадку (пустий або повний горщик).
2. Приймати подарунок, якщо Вінні Пух з'їв мед, і не приймати подарунок, якщо Вінні Пух не з'їв мед.
3. Не приймати подарунок, якщо Вінні Пух з'їв мед, і приймати подарунок, якщо Вінні Пух не з'їв мед.
4. Не приймати подарунок в жодному з випадків.

Алгоритм оберненої індукції

Розглянемо підгри В і С і виберемо, який хід для Ia-Ia буде вигідним в кожному з цих варіантів. Якщо Вінні-Пух грає "з'їсти", то ослик отримає більший платіж, що дорівнює 5, якщо вибере "прийняти". А якщо ведмежа грає "не їсти", то ослику знову вигідно зіграти "прийняти" з платежем 10. Отже, відомі оптимальні дії Ia-Ia в будь-якій підгрі, в якій він може виявитися.

Переходимо на рівень вгору і розглядаємо підгру А, в якій вибір робить Вінні-Пух. При цьому він може використовувати дерево гри і бачити оптимальні дії ослика. Якщо ведмежа вибирає "з'їсти", то його платіж буде дорівнює 10 (оскільки ослик зіграє оптимально), а якщо вибере "не їсти", то платіж буде менше - тільки 5 (оскільки ослик знову ж зіграє оптимально). Значить Вінні-Пух вибере "з'їсти".

Послідовність міркувань, за допомогою якої ми вирішили цю гру називається алгоритмом оберненої індукції. Тобто спочатку розглядаються підгри останнього рівня, потім повертаємося на рівень назад (або вгору) і аналізуємо можливі дії гравців тут і т.д. Аналіз закінчується, як тільки ми добираємося до вихідної вершини, а у нас є зібрана інформація про оптимальну поведінку гравців на кожній підгрі. Цей алгоритм ще називають алгоритмом Цермело-Куна.

Моделі

- Як розділити пиріг із втратою вартості.
- Гра «Палички»
- Числа на дошці
- Гра «Зламана тура»

Зв'язок між іграми у нормальній та розгорнутій формі

Крім оберненої індукції, для вирішення динамічної гри з досконалою інформацією можна використовувати концепцію РН. Для цього треба записати гру в нормальній формі.

Множина гравців і в нормальній формі, і в розгорнутій має бути однією і тією ж. Однак поняття стратегії в динамічній грі вимагає уточнення.

Всі РН (Рівноваги Неша), які не можуть бути отримані зворотною індукцією, називають **рівновагами порожніх загроз**.

Ця назва відображає той факт, що вони суперечать припущенню про раціональність гравців. Отже, концепція рівноваги Неша для динамічних ігор,

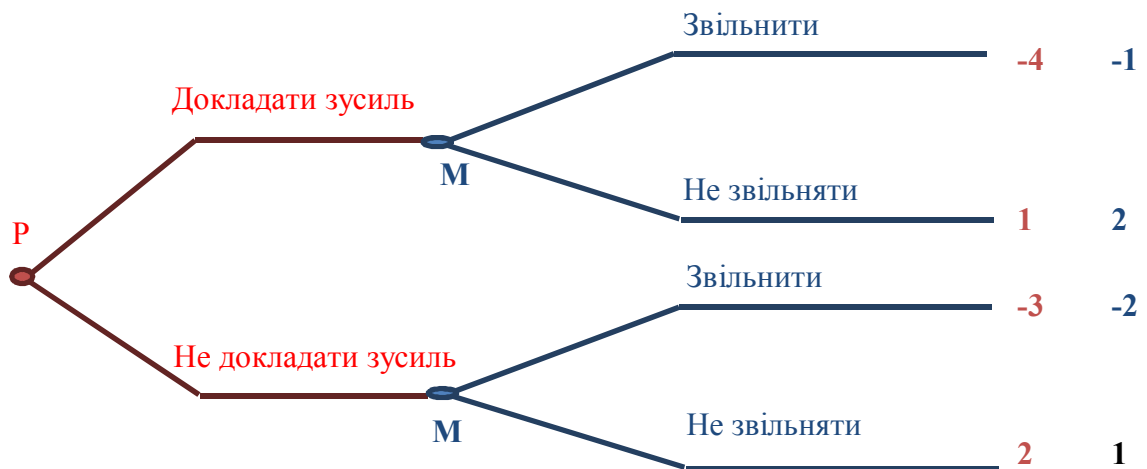
взагалі кажучи, не дає задовільного прогнозу результату гри, і тому її потрібно якимось чином посилити.

Досконалою на підіграх рівновагою Неша називається такий набір стратегій, який є рівновагою Неша в повній грі, а відповідні частини цього набору стратегій є РН у всіх власних підіграх цієї гри.

У грі з досконалою інформацією і кінцевим числом ходів множина рішень, отриманих оберненою індукцією, збігається з множиною досконалої на підіграх рівноваги Неша.

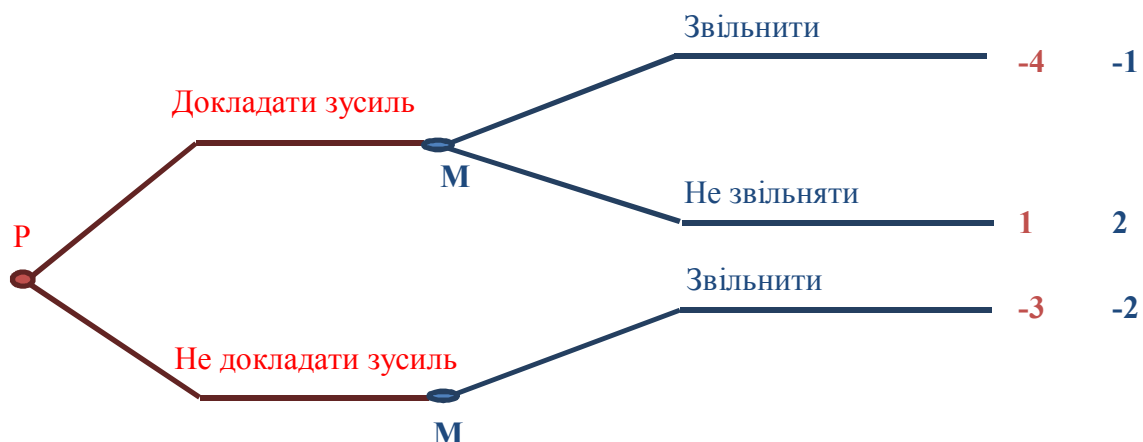
Трудовий контракт

Ще один приклад, економічного характеру. Розглянемо стратегічні взаємодії між працівником і менеджером деякої фірми. Спочатку працівник приймає рішення як йому працювати: абияк (не докладати зусиль) або старанно, а потім менеджер або звільняє його, або залишає на фірмі. Платежі гравців відзначимо на дереві гри:



Можливі стратегії працівника $S_p = \{Д, Н\}$, менеджера - $S_m = \{ЗЗ, ЗН, НЗ, НН\}$. Застосуємо алгоритм зворотної індукції і отримуємо оптимальний хід гри:

Для справедливості спробуємо виправити ситуацію за допомогою комітментів. Нехай при влаштуванні на роботу працівник підписує контракт, де буде вказано, що у разі поганої роботи менеджер повинен його звільнити. Дерево гри змінюється, а разом з ним і досконалою на підіграх рівновагою Неша:



Контракт все виправив: працівникові вигідно добре працювати, якщо він цього не робить менеджер його звільняє. В реальному житті не все так просто. По-

перше, формулювання "докладати зусиль" може бути інтерпретована як завгодно або взагалі не буде піддаватися перевірці. І по-друге, має бути забезпечено виконання менеджером своїх обов'язків по звільненню недбайливого працівника. Адаже може вийти так, що менеджеру з якоїсь причини не вигідно звільняти ледаря.

Диктатор та ультиматум

«Диктатор»

Грають 2 гравці. Першому гравцю дають 100 гривень і пропонують поділитись із другим гравцем. Перший вибирає на власний розсуд ціле число X від 0 до 100, - ту суму, якою він ділиться. Перший отримує $100 - X$ гривень, а другий X гривень.

Стратегії гри:

Для першого гравця – дати від 0 до 100 гривень включно (101 стратегія). Для другого гравця стратегії відсутні (тому гра має назву «Диктатор»).

Вирішення гри:

Для першого гравця рівновага Неша – віддати 0 гривень другому гравцю. Раціональні гравці завжди гратимуть стратегію, яка приведе до рівноваги Неша. Всупереч «егоїстичній моделі», середній розмір поділу становить 20% і може досягати 40-50%.

«Ультиматум»

У грі «ультиматум» є тільки один раунд переговорів і двоє гравців. Перший гравець пропонує, як розділити певну суму між учасниками, після цього другий гравець затверджує або відхиляє цей розподіл. Якщо другий гравець не затверджує розподіл, то ніхто нічого не отримує.

При збільшенні суми поведінка гравців змінюється: з одного боку частіше пропонують середній розподіл (50:50), оскільки не хочуть ризикувати значною сумою. З іншого боку, навіть 20%- 30% - це в абсолютних значеннях досить суттєва величина, тому більший відсоток людей погоджується на неї.

Одне з перших серйозних досліджень (1991 року) було проведене в Америці, Словенії, Японії та Ізраїлі. Результати Америки і Словенії були досить близькими - учасники пропонували близькі до половини розподіли; пропозиції, які були менше 20%, були відхилені. У Японії пропонували менші (на 10%) суми, в Ізраїлі - ще менші. Важливо, що відсоток відмов скрізь був приблизно однаковим, тобто зменшення суми пропозиції в останніх двох країнах не було спричинено жадібністю чи агресією, а просто відображало прийняту у суспільстві норму для такого роду угод.

Однак усі ці країни все таки досить схожі, тому дослідники пішли далі. У 2000 році дослідили плем'я мачугенга у Перу. І тут результати сильно відрізнялись: середня пропозиція була 26%! І всі пропозиції (крім однієї) були прийняті. Таким чином, були знайдені люди, які вели себе найбільш узгоджено з результатами теорії ігор, і це виявилось примітивне фермерське плем'я. З огляду на те, що теорія ігор створювалася як спроба пояснити світову економіку і поведінку людей - дуже смішний результат. Після цього експериментатори почали вишукувати віддалені народності і проводити з ними експерименти, запрошуючи грати в ультиматум. Експерименти були проведені в селі китобоїв Ламалера, в Монголії, серед народів Папуа Нової Гвінеї, в Африці і Південній Америці.

Виділялися дві культури: мисливці за головами Аче з Парагваю та китобої з Ламалери. По-перше, вони в середньому пропонували більше половини! А Ламалера ще і відхиляли ці щедрі пропозиції у 20% випадків (частіше, ніж маленькі пропозиції)! Зовсім несподіваний результат - навіщо пропонувати більше половини? Одне з можливих пояснень наступне: в їх культурі полювання є ключовою частиною життя і пропонування іншому більшій частини “здобичі” накладає на нього зобов'язання перед тим, хто пропонує. Пропонування більшій частини, таким чином, є образою і певним способом показати, хто краще.

Ще одне цікаве дослідження міряло кросс-культурну взаємодію в Ізраїлі. Були відібрані 2 групи студентів: перша, що відноситься до ашкеназі, і друга, яку назвали східним типом. Потім учасників розділили на пари і вони грали в ультиматум (при цьому вони знали, з ким грають). Виявилось, що перша група отримувала у середньому менші суми, ніж пропонувала сама. При цьому рівень відмов був приблизно однаковий, тобто якогось негативного відношення не було знайдено. Одне з можливих пояснень полягає у існуючому стереотипі, що східний тип більш імпульсивний і тому пропонувати невеликі суми небезпечно з огляду на можливу відмову.

Ігри з недосконалою інформацією

Гра з неповною інформацією у Талмуді. Задача про трьох вдів

Ідея стимулів була докладно викладена в Талмуді. Однак, незважаючи на те, що ця ідея проста, вона не була зрозуміла античними і середньовічними вченими. А за межами економічного співтовариства вона до сих пір насилу сприймається людьми.

Крім того, в Талмуді викладено такі економічні ідеї: про контроль цін і конкуренції (випереджають теорію Адама Сміта як мінімум на 600 років), теорія соціального вибору, загрози упередженості, запобігання ризику і справедливого поділу. Все це також є частиною сучасної економічної теорії.

У Талмуді ідея послідовного і справедливого поділу формулюється в «задачі про трьох вдів». Полігамія не була заборонена у євреїв близько тисячі років. Між чоловіком і дружиною полягав шлюбний контракт (ктуба). Він передбачав виключно зобов'язання чоловіка перед дружиною, ніяких зобов'язань у дружини перед чоловіком, згідно ктубі, немає. У ктубі прописується обов'язкова сума грошей, яку дружина отримає після розлучення або після смерті чоловіка. Чоловік відкладає цю суму грошей під час весілля, а потім держава виплачує їй ці гроші до того моменту, коли інші родичі починають претендувати на його спадщину.

За умовами задачі вмирає чоловік, у якого було три дружини. Ктуба однієї з дружин передбачала виплату 100 зуз (динар), другий 200 і третьої - 300 зуз. Це порядні суми (200 зуз це близько 100 тисяч сучасних доларів). Якщо статок чоловіка був 100 зуз, то всі отримують порівну. Якщо статок 200 зуз, то тоді та дружина, у якої договір був на 100, - бере 50, а решта по 75. Якщо статок був 300 зуз, то перша отримує знову ж 50, друга 100, третя 150 відповідно (див. таблицю). Ось що говорить Мішна.

	Перша вдова (вимагає 100 зуз)	Друга вдова (вимагає 200 зуз)	Третя вдова (вимагає 300 зуз)
Чоловік лишив 100	33 1/3	33 1/3	33 1/3

зуз			
Чоловік лишив 200	50	75	75
зуз			
Чоловік лишив 300	50	100	150
зуз			

Розшифрувати принцип розподілу спадщини, описаний в Мішні, багато років ніхто не міг. Насправді це закон про банкрутство, і він відповідає сучасним правилам: майно розділяється пропорційно між кредиторами. А якщо взяти перший рядок, то ми маємо справу зі справедливим розподілом. Це показує, що немає єдиного рішення в цій історії з теорії ігор. Але яке ж загальне правило? Середній рядок в таблиці на перший погляд не несе ніякого сенсу (борг розподіляється не на рівні частини і не на пропорційні - одна вдова отримує 50, решта по 75) - це вже не економіка, а теорія ігор.

Ауман зі своїм партнером по вивченню теорії ігор Шеллінгом намагався розгадати цей рядок у таблиці і не зміг, жоден з варіантів не підходив. Тоді прийшла ідея використовувати для розгадки маловідому концепцію Девіда Штейнберга з Тель-Авівського університету. Це складна математична концепція, її визначення важко дати в рамках однієї лекції. Але яким було здивування, коли цифри збіглися. Мудреці Талмуда, звичайно, не знали математику до такого рівня, але у них якимось чином вийшли саме ці цифри. Пішло три місяці досліджень, щоб зрозуміти, як вони отримали саме такий результат, - розгадка була в іншому розділі Талмуда.

Задача про одяг

Мішна говорить наступне: двоє людей тягнуть на себе одяг. Один каже, що вона вся його, другий каже, що йому належить половина. Тоді той, хто претендує на весь одяг, отримує три чверті, а той, хто на половину - отримує одну чверть.

Знаменитий середньовічний коментатор Талмуда, дідусь Шмуеля бен Меїра, сказав: той, хто претендує на половину вже з самого початку, погоджується, що друга половина належить іншому, значить, суперечка йде тільки про другу половину. Принцип такий: **порівну треба ділити тільки ту частину, по якій є розбіжності**. Ауманн і Машлер назвали принцип **рівного розділу спірної суми**.

Рішення завдання про трьох вдов - **нуклеолус** або N-ядро - рішення кооперативних ігор, засновані на мінімізації ступеня незадоволеності виграшем підмножин учасників гри (коаліцій).

1-й рядок. На суму у 100 зуз претендують всі 3 вдови. Спірною є вся сума, то у 1-му рядку ділимо всі гроші порівну.

2-й рядок. 1-а вдова зразу погоджується на те, щоб не претендувати на другі 100 зуз (їх відносимо у фонд 2-ї та 3-ї). Перші 100 зуз є спірними і їх ділимо навпіл: половину першій вдові, половину двом іншим. Двоє інших у сумі мають 150 зуз – суми якої не вистачить, щоб задовольнити 2-у, щоб не менша сума залишилась для 3-ї, тому решту ділять навпіл по 75 зуз 2-й та 3-й.

3-й рядок. 1 вдова не претендує на частку з 200 других зуз, а лише з перших хоче 100 (у цьому випадку вона буде повністю задоволеною). Спірними на цьому Так як 200 не вистачає, щоб повністю задовольнити двох інших, то 1-й дістається лише половина з бажаних 100, тобто 50. Для 2-ї та 3-ї лишається 250. На 50 2-а взагалі не має планів, а лише на перші 200. Але якщо вона отримає 200 (буде

повністю задоволена), то 3-а та 1-а – ні. Тому з бажаних 2-ю вдовою 200 зуз їй залишається 100, а решта 150 переходить до 3-ї.

В 1985 р було показано, що рекомендації Талмуда повністю відповідають сучасній теорії кооперативних ігор, і кожне запропоноване рішення відповідає ядру раніше визначеної гри.

Види невизначеності:

1. Повна невизначеність – це такий вид невизначеності, коли ймовірність прогнозованої події наближається до нуля. В умовах повної невизначеності суб'єкти підприємницької діяльності не мають змоги прогнозувати як свій власний розвиток, так і розвиток ринку.

2. Повна визначеність – характеризується близькою до одиниці прогнозованістю настання події. Повна визначеність є протилежністю повної невизначеності і дає змогу зі стовідсотковою ймовірністю прогнозувати не тільки свою стратегію на ринку, а й тенденції розвитку самого ринку.

3. Часткова невизначеність – це такий вид невизначеності, при якому ймовірність події знаходиться між нулем та одиницею. В господарській практиці існує саме часткова невизначеність, яка і обумовлює ризики. Існує велика кількість визначення ризику. Словник Макміллана дає таке: “Ризик – контекст, у якому подія або відбудеться з деякою ймовірністю, або деяка величина має розподіл ймовірностей”. Долан і Ліндсей пропонують таке визначення : ризик – це ситуація, в якій люди не знають точно, що відбудеться, але уявляють ймовірність кожного з можливих наслідків.

Битва при Ватерлоо

Битва при Ватерлоо (Бельгія) – це вирішальний бій 18 червня 1815 р. , який обернувся поразкою Наполеона.

За 1 день до битви Наполеон відправляє свого маршала Груші з третиною армії добити відступаючу прусську армію

Груші переслідуює пруссаків, але ті вже втекли надто далеко.

Наполеон відправляє записку, щоб Груші повертався

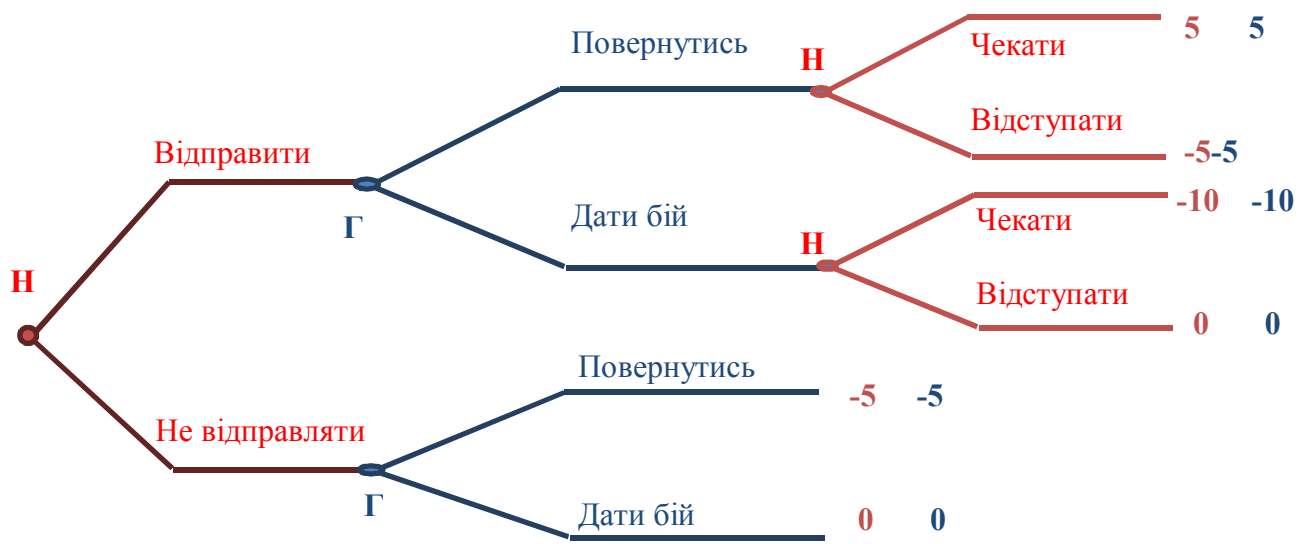
Ігрова модель

Наполеон (Н) вирішує - відправляти записку Груші, чи ні

Груші (Г) вирішує - напасти на пруссаків, чи повернутися до Наполеона

Наполеон вирішує - чекати Груші чи відступати, бо він не знає, отримав той записку або ні.

Платежі агентів гри



Наполеон має 2 інформаційні множини та 4 стратегії.
 Груші має 1 інформаційну множину та 2 стратегії.

Матрична форма гри

	Груші		
	Повернутись	Дати бій	
Наполеон	Відправити записку Чекати	*5;5 [^]	-10;-10
	Відправити записку Відступити	-5;-5	*0;0 [^]
	Не відправляти записки Чекати	-5;-5	*0;0 [^]
	Не відправляти записки Відступити	-5;-5	*0;0 [^]

[^] - оптимальні рішення маршала Груші при кожній фіксованій стратегії Наполеона
^{*} - оптимальні рішення Наполеона при кожній фіксованій стратегії маршала Груші

В цій грі є 4 рівноваги Неша (Наполеон, Груші, Наполеон):

1. Відправити записку, Повернутись, Чекати
2. Відправити записку, Дати бій, Відступити
3. Не відправляти записки, Дати бій, Чекати
4. Не відправляти записки, Дати бій, Відступити

Взагалі, не було реалізовано жодної рівноваги Неша. Агенти зіграли Відправити записку, Дати бій, Чекати. Їх платежі становили (-10;-10)

Груші отримав записку від Наполеона але вирішив напасти на Пруську армію, а Наполеон чекав на Груші.

Моделі:

- Збирання податків

- Приклад пенальті
- Стратегічне маніпулювання
- Гра "Сороконіжка"

Тема 7. Моделі динаміки популяції

Модель Фібоначчі.

Самою першою математичною моделлю розвитку популяції вважають, сформульовану Леонардо Пізано, інакше відомого як Фібоначчі (Leonardo Pisano Bigollo Fibonacci 1170-1250), та опубліковану у 1202 році у книзі "Liber abacci" (Трактат про обчислення) модель розмноження кроликів у ізолюваних умовах. Задача формулювалась наступним чином: чоловік посадив двох кроликів у загін, оточений парканом з усіх боків (ізолюваність). Скільки пар кроликів зможе народитись від цієї пари протягом року, якщо припустити, що кожна пара продуктивних кроликів щомісяця приносить ще одну пару (продуктивною вважають пару кроликів, якій є, принаймні, 2 місяці від народження – місяць від народження до статевої зрілості та зачаття і місяць вагітності до народження нової пари)?

Кількість пар можна записати у вигляді числової послідовності

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233$$

Саме цю модель називають **моделлю Фібоначчі** зростання популяції у ізолюваній системі, а послідовність – послідовністю Фібоначчі або числами Фібоначчі.

Параметрами у цій моделі виступає кількість пар кроликів на початку місяця, адже вимірювання здійснюють раз на місяць на його початку. Якщо позначити через F_n кількість пар кроликів на початку n -го місяця, то можна побудувати співвідношення

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, n=2, \dots, 12$$

тобто кількість пар кроликів наступного місяця дорівнює сумі кількості пар кроликів поточного та минулого місяців.

Було помічено, що частка сусідніх членів послідовності Фібоначчі наближається до "золотого перерізу", який дорівнює $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,61803398874989484821\dots$, тобто

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Вважають, що це спостереження належить Йогану Кеплеру (Johannes Kepler 1571-1630), а саме співвідношення довів пізніше Роберт Сімсон (Robert Simson 1687-1768) у 1753 році.

Модель Мальтуса зростання популяції при наявній смертності.

Модель нескінченного розмноження за наявної смертності, розглянута вище, є різницевою рекурентною моделлю з дискретним часом, тобто вимірювання

здійснюються через однакові проміжки часу і спрогнозувати розмір популяції теж можна тільки у визначені моменти часу.

Рівняння приросту $F(t + \Delta t) = F(t) \cdot (1 + r\Delta t)$, де $r = b - d$ у випадку однакового коефіцієнту зростання для будь-якого моменту часу t , b – кількість народжених за одиницю часу Δt , d – кількість загиблих протягом одиниці часу Δt або інакше $F(t + \Delta t) - F(t) = r\Delta t \cdot F(t)$, звідки, спрямувавши проміжок часу між спостереженнями Δt до 0, отримаємо диференціальне рівняння Томаса Мальтуса

$$\text{(Thomas Robert Malthus 1766 - 1834)} \quad \frac{dF(t)}{dt} = r \cdot F(t)$$

Розв'язком цього диференціального рівняння є експоненційна функція $F(t) = Ce^{rt}$, де C отримують з початкової умови $C = F(0) = F_0$ - обсяг популяції на початку експерименту, тому цю модель називають експоненційною моделлю зростання популяції Т.Мальтуса.

Коефіцієнт r називають **біотичним потенціалом**, тобто потенціалом розмноження. Його розмірністю є чистий приріст популяції за одиницю часу.

Модель Мальтуса має низку припущень, які сильно обмежують можливість її використання:

- Існують лише процеси розмноження та загибелі
- Не враховуються біологічні та фізіологічні процеси
- Не має конкуренції між видами
- Існує наявність нескінченної кількості ресурсів для виживання
- Розглядається популяція лише одного біологічного виду

Логістична модель Ферхюльста.

Т. Мальтус у своїй праці "Дослід щодо закону народонаселення" ("Essay on the Principle of Population", 1798) вказав на те, що зростання населення без жодних стримувальних факторів має відбуватися експоненційно, в той час як збільшення харчових ресурсів можливе лише в арифметичній прогресії. Наслідком такого розвитку подій Мальтус бачив повернення до голоду, хвороб і війни за обмежені ресурси. Цей сценарій отримав назву «мальтузіанської катастрофи» і став основою школи мальтузіанства. Більше того, Мальтусом було відмічено, що рівень народжуваності серед робітничого класу, тобто бідних верств населення, є значно вищим за рівень народжуваності серед заможних і він висунув гіпотезу, що саме це, а не експлуатація робітничого класу веде до його зубожіння.

Наявність нескінченного обсягу ресурсів, що дозволяє нескінченно розмножуватись при додатному біотичному потенціалі є одним з самих грубих припущень експоненційної моделі зростання популяції Мальтуса, яка не дозволяє її використовувати у моделюванні багатьох реальних процесів.

Як правило, при розмноженні одним з головних факторів є наявність ресурсів (їжі та ін.). Чим більше на обмеженій території є осіб, тим більше вони займають місця, але їм потрібно більше ресурсів, який теж займає місце. Тобто виникає питання скільки на обмеженій території всього може прожити осіб.

Такою проблемою задався бельгійський математик П'єр Франсуа Ферхюльст (1804 - 1849). Він поставив питання, чи зможе населення Бельгії зростати нескінченно і у 1845 році опублікував роботу "Recherches mathématiques sur la loi

d'accroissement de la population", у 18 номері журналу Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles", де вперше запропонував модель росту популяції з врахуванням обмеження максимальної кількості населення.

Припустимо, що обмежена територія може "прогодувати" максимально F_{\max} осіб. Це обмеження накладається через обмежену наявність ресурсів, завдяки яким популяція може існувати або ж територією, на якій ці ресурси можна "виростити". У цій моделі значення F_{\max} не змінюється з часом через нові, більш продуктивні, технології виробництва ресурсів.

Тоді, на початку "роботи" моделі, коли доступних ресурсів на одну особу дуже багато, а населення мало, зростання його кількості відбувається майже за експоненціальним законом, потім, зі зменшенням кількості ресурсів на особу, ріст заповільнюється, поки не досягне максимуму.

Формально така модель має вигляд
$$F(t + \Delta t) = F(t) \cdot \left(1 + r\Delta t \frac{F_{\max} - F(t)}{F_{\max}} \right),$$

тобто у біотичного потенціалу з'явився множник, який залежить від обсягу існуючої популяції та максимального допустимого обсягу популяції при фіксованих ресурсах.

Це рівняння можна переписати у вигляді різницевої схеми
$$F(t + \Delta t) - F(t) = r\Delta t \frac{F_{\max} - F(t)}{F_{\max}} \cdot F(t)$$

Моделі популяції та конкуренції

- Модель Ферхюльста із зовнішнім впливом
- Модель Капіці
- Модель Лоткі-Вольтерри (хижак-жертва)

Модель "Всесвіт 25" – рай для мишей

Експеримент американського етолога Джона Келхуна /John V. Calhoun/ (1917 - 1995), протягом життя досліджував поведінку та зміни у популяції сірих пацюків та мишей і стверджував, що експериментально виявлені соціальні ефекти надмірності населення пацюків чи мишей можуть розглядатися як модель майбутнього для перенаселеної людської цивілізації.

Ним з липня 1968 до червня 1972 року було проведено дослідження розмноження мишей у замкненому "утопічному всесвіті", що мав назву "Universe 25". У цьому експерименті для мишей не було обмежень у ресурсах (їжі та воді), а лише у вільному просторі.

На початку експерименту у металевий загін, що розташовувався у лабораторії Еволюції мозку та поведінки на базі Національного інституту психічного здоров'я штату Меріленд, США були поміщені 4 пари мишей. Сам "всесвіт" був площею 2,57x2,57 метри та 1,37 метри у висоту. Стіни загону були влаштовані таким чином, щоб збільшити ефективний простір для мишачих гнізд, але так, щоб миші не могли піднятися вище за 43 см від верху. Всього у загоні було 256 ящиків-гнізд, кожен з яких був розрахований на 15 мишей.

За розрахунками дослідників, місця для гнізд в загоні вистачило б на 3840 мишей, їжі, що постійно оновлювалась, - на 9500, води – на 6144. Температура була

підібрана максимально комфортно для мишей (21-32 °C), не було захворювань та хижаків. Тобто можна сказати, що всі зовнішні фактори впливу було усунуто. Отже, можна сказати, що, принаймні для $F_{\max}=3840$ мишей були створені комфортні умови проживання.

На практиці ж чисельність популяції досягла максимального значення всього у 2200 мишей (це сталося на 560 добу експерименту) і після цього лише скорочувалась. 22 червня 1972 року залишалось лише 122 миші (100 самок і 22 самця), а 13 грудня 1972 року, у загоні залишалось всього 27 мишей – 23 самки і 4 самця. 23 травня 1973 року, на 1978 день, померла остання миша.

Приблизно на 315 день почала підвищуватись агресивність самок, саме вони, а не самці, стали активно захищати свою територію, проте самки не доглядали за мишенятами, кидаючи їх напризволяще. Багатьох молодих самців, що не знайшли собі місця в колоніях по периметру загороди, виганяли у центр загону, де не було гнізд та схованок. Серед них частіше стали проявлятися девіантні форми поведінки: пасивність або надмірна агресивність з нападами на інших мишей, пансексуалізм і гомосексуальна поведінка. Самки почали менше народжувати потомства, середній вік особин колонії почав зростати, миші почали селитись локалізованими групами, а не рівномірно по всій придатній до поселення території. Серед самців почали з'являться самці, яких Келхун назвав "красенями" (англ. beautiful ones). Ці самці уникали як спарювання, так і бійок, без кінця чепурилися. Самки згодом перестали спаровуватися з самцями. Коли кілька самок та і самців "красенів" перенесли у окремі загони, виявилось, що миші і там не намагаються спаровуватися.

За підсумками дослідження Келхун зробив висновок, що при перевищенні певної щільності популяції і заповненні всіх соціальних ролей у популяції, виникає зростаючий прошарок молодих "вигнанців". Гостра конкуренція між ними і старшими особинами за місце у соціумі призводить до розпаду соціальних зв'язків і краху суспільства в цілому, його переходу в такий стан, коли при низькій смертності нормою стає примітивна "аутична" поведінка, що веде до вимирання популяції.

Тема 8. Моделі поширення

Дифузійні моделі поширення інформації.

Дифузія (лат. diffusio — поширення, розтікання, розсіювання, взаємодія) — процес взаємного проникнення молекул або атомів однієї речовини поміж молекул або атомів іншої, що зазвичай приводить до вирівнювання їх концентрацій у всьому займаному об'ємі.

У деяких ситуаціях одна з речовин уже має вирівняну концентрацію, і говорять про дифузію одної речовини в іншій. При цьому зазвичай перенесення речовини відбувається з області з високою концентрацією в область з низькою концентрацією (вздовж вектору градієнта концентрації).

За аналогічним законом відбувається поширення інформації.

Модель дифузії у

NetLogo <http://www.netlogoweb.org/launch#http://www.netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Networks/Diffusion%20on%20a%20Directed%20Network.nlogo>

Модель зараження. Зараження та вакцинація. Модель «Вірус у мережі»
NetLogo <http://www.netlogoweb.org/launch#http://www.netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Networks/Virus%20on%20a%20Network.nlogo>.

Моделі поширення інформації у соціальних мережах

У 1959 р. принципами формування соціальних мереж зацікавились угорські математики Пол Ердьош (Paul Erdos) і Альфред Реньї (Alfred Renyi). Вони опублікували низку статей на основі власних наукових досліджень. Дункан Уоттс (Duncan J. Watts) і Стівен Строгац (Steven H. Strogatz) розвинули теорію соціальних мереж і першими запропонували ввести поняття коефіцієнта кластеризації як ступеня близькості між неоднорідними групами (коли людина розширює мережу своїх зв'язків за рахунок осіб, яких вона не знає особисто, але яких знають її знайомі). Теорія соціальних мереж розглядає соціальні взаємовідносини у термінах вузлів і зв'язків. Вузли є відособленими акторами у мережах, а зв'язки відповідають стосункам між акторами.

Основою розповсюдження інформації у соцмережах є її багаторазове копіювання різними користувачами, приміром, користувач профілю А розміщує певне повідомлення, воно стає доступним для його друзів В, С, D та ін., друзі С і D копіюють повідомлення на свої сторінки, і воно стає доступним для ширшого кола користувачів. За таким принципом працює «вірусний маркетинг».

Використовуючи дані з декількох мереж, дослідники з'ясували, що від 70% до 95% – це найбільш тривіальна форма сприйняття повідомлення, людина сприймає якусь ідею (або «ретвітить» якість повідомлення), і на цьому все закінчується, а «фоловери» або друзі копіювання інформації не здійснюють. Рисунок демонструє, що лише у 1% - 4% випадків поширення є глибшим за перший рівень. Однак це дослідження не можна вважати виключно достовірним, адже воно не враховує специфіку інформації, яка поширюється, та особливості аудиторії. Також не можна абсолютно ототожнити процес передачі повідомлень про товари і послуги з процесом трансляції актуальних суспільно-політичних новин, які спрямовані на масову аудиторію, а тому обговорюються набагато активніше. З огляду на це можемо припустити, що відсоткова схема ретрансляції новинних повідомлень у соціальних мережах матиме інший вигляд, хоча базовий механізм є таким самим

Ще одним з механізмів поширення інформації є механізм, який базується на математичній теорії лавиноподібних процесів. Найкраще ця теорія описує поширення епідемій, а також різноманітних соціально-економічних процесів (валютних і біржових панік, ринкового ажіотажу, впровадження нових технологій тощо). Сутність теорії полягає у тому, що на реципієнта діють комунікатори з різними економічними, соціально-психологічними, рольовими ознаками, зокрема «здорові» й ті, які панікують

Поняття дифузійної моделі. Поняття диференціального рівняння. Параметри дифузії. Візуальні моделі дифузії та зараження.

Одне з важливих питань, розв'язуваних за допомогою моделей поширення інформації, це питання – при яких умовах швидкість росту кількості adeptів досягає максимуму. Відповідне явище називається максимальним ажіотажем.

В рамках базової моделі інформаційного нападу припускається, що неохопленій інформацією індивід може одержати її або від ЗМІ, або шляхом міжособистісної комунікації від інформованого раніше індивіда. Інтенсивність поширення інформації через міжособистісну комунікацію при цьому пропорційна також числу вже охоплених індивідів.

Загальна швидкість зміни числа adeptів складається зі швидкості поширення інформації через ЗМІ і через міжособистісну комунікацію.

Модель має вигляд задачі Коші для нелінійного диференціального рівняння:

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha + \beta N)(N_0 - N(t)), N(0) = 0,$$
 тут $N(t)$ – число індивідів, які володіють інформацією і поширюють її в момент часу t , параметри α, β характеризують, відповідно, інтенсивність поширення інформації через ЗМІ і шляхом міжособистісної комунікації, N_0 – число індивідів в соціумі.

Модель поширення інформації в сильно комунікативному (сильно зв'язаному) середовищі має вигляд
$$\frac{dN(t)}{dt} = (\alpha + \beta N^2(t))(N_0 - N(t)).$$

Моделлю поширення інформації в слабокомунікативному середовищі є
$$\frac{dN(t)}{dt} = (\alpha + \beta \sqrt{N(t)})(N_0 - N(t))$$

10. Література до навчальної дисципліни

Основна

1. Alperovich G. The Size Distribution of Cities: On the Empirical Validity of the Rank-Size Rule // Journal of Urban Economics. 1984. Vol. 16. Iss. 2. P. 232–239.
2. Beckmann M.J. Lectures on Location Theory. Berlin, Springer-Verlag, 1999.
3. Cameron T.A. One-stage structural models to explain city size // Journal of Urban Economics. 1990. № 27. P. 294–307.
4. Gabaix, X. Zipf's Laws for Cities: An Explanation, The Quarterly Journal of Economics, 1999
5. <http://mathecon.cemi.rssi.ru/danilov/files/GameTheory.pdf>
6. <http://www.cuug.ab.ca/dewara/life/life.html>
7. https://en.wikipedia.org/wiki/Voting_system
8. https://www.ifes.org/sites/default/files/esd_english_0.pdf
9. <https://habrahabr.ru/post/273393/>
10. <https://plato.stanford.edu/entries/voting-methods/>
11. <https://www.youtube.com/playlist?list=PLlx2izuC9gjj4crXUkw2luo8JfNCfmbkn>
12. <https://www.youtube.com/watch?v=8OPyxZXPW4>
13. <https://www.youtube.com/watch?v=FdWMMQINIt4>
14. <https://www.youtube.com/watch?v=G5NA0edVtUc>
15. <https://www.youtube.com/watch?v=JjfihtGefxk&t=18s>
16. <https://www.youtube.com/watch?v=KFpID7ixaMY>
17. <https://www.youtube.com/watch?v=uI9eLSVYl0s>
18. <https://www.youtube.com/watch?v=XzWa-2HN7fo>

19. Newman M.E.J. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law // *Contemporary Physics*. 2005. Vol. 46. № 5. P. 323–351.
20. Schelling T. Dynamic models of segregation.-*Journal of Mathematical Sociology*.- 1971, vol.1,pp 143-186
21. Братчикова Т. І. Фактори поширення інформації в соціальних он-лайн мережах: експертне опитування / Т. І. Братчикова. // *Вісник Львівського університету. Серія соціологічна*. – 2014. – №8. – С. 169–179.
22. Бреер В.В. Модели толерантного порогового поведения ru.mtas.ru/archive/Breer_116.pdf
23. Бреер В.В. Модели толерантного порогового поведения ru.mtas.ru/archive/Breer_116.pdf
24. Бреер В.В. Теоретико-игровые модели конформного поведения // *Автоматика и телемеханика*. 2012, № 10 С 111-126
25. Горковенко Д. К. Обзор моделей распространения информации в социальных сетях // *Молодой ученый*. — 2017. — №8. — С. 23-28.
26. Грабовецький, Б. Є. Методи експертних оцінок: теорія, методологія, напрямки використання : монографія / Б. Є. Грабовецький. — Вінниця : ВНТУ, 2010. — 171 с.
27. Д.В. Ландэ, В.Н. Фурашев. Моделирование электоральных процессов на основе концепции клеточных автоматов// *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии*. - Харьков: НАКУ, 2007. -Вып. 36. -С. 123-128
28. Захаров А. В. Теория игр в общественных науках: учебник для вузов.- Москва: Изд. дом Высшей школы экономики, 2015. - 304 с
29. Малков С. Ю. 2002. Математическое моделирование исторических процессов // *Новое в синергетике. Взгляд в третье тысячелетие* / Ред. Г. Г. Малинецкий и С. П. Курдюмов, с. 291–323. М.: Наука.
30. Малков С. Ю. 2003. Математическое моделирование динамики общественных процессов // *Связь времен* / Ред. И. Л. Жеребцов, т. 2, с. 190–214. М.: МГВП КОКС.
31. Малков С. Ю. 2004. Математическое моделирование исторической динамики: подходы и модели// *Моделирование социально-политической и экономической динамики* / Ред. М.Г. Дмитриев.—М.: РГСУ.— с. 76-188.
32. Малков С.Ю. Математическое моделирование исторической динамики: подходы и модели
33. Минзов А., Шумилкина К. Механизмы распространения информации в телекоммуникационных сетях и их использование в электронном PR // *Электронный журнал «Системный анализ в науке и образовании»*. – 2009. - №3.
34. Модели в географии/ Под ред. П. Хаггета, Дж. Чорли. –М.: Прогресс, 1971.
35. О.Д. Кичмаренко, А.П. Огуленко Теория принятия решений. Раздел : Теория голосования .-ОНУ имени И.И.Мечникова, 2012, С52
36. Попова Т. Соціальні мережі, кібератаки та гібридні війни [Електронний ресурс] / Тетяна Попова // radiosvoboda.org. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.radiosvoboda.org/a/28598299.html>.

37. Разжевайкин В.Н. Модели динамики популяций. Вычислительный центр им. А.А.Дородницына Российской академии наук, 2006. 88 с.
38. Райцин В.Я. Моделирование социальных процессов: учебник.- Москва: Экзамен, 2005. - 189 с.
39. Скоринкин А.И. Математическое моделирование биологических процессов / А.И. Скоринкин.- Казань: Казан. ун-т, 2015. – 86 с.
40. Хаггетт П. Пространственный анализ в экономической географии. - М.: Прогресс, 1968.

Додаткова

1. Behavioral Game Theory and Sociology Herbert Gintis* January 26, 2006 <http://www.umass.edu/preferen/gintis/behavi~1.pdf>
2. de Mesquita, Bruce Bueno (2009). The Predictioneer's Game (https://eventing.coursera.org/api/redirectStrict/Qav59Yiu255goWA4FQ4kkL1XLa_YK0tY0i4byeEpsnIHpiIwt1x54x_xL6AfVLXSg3qx6Wt1qTAPEhBv9T2LtwA.o299yVZWKRyFObHWCt1-mA.NzaPo4Xn7bPcr7CsAM3t_sxPIKBSBaURSyPCy_0ypqh-WRGJHWEvEwqcsfHvbWD4DXaRxCGrnEIC_1RuWGVrLSRIzIO-aZaJKSUSIyCgvTYM2NHq7qJfDMVfRqsFM2kASs1hCiSoyKIhHFc7CbzQoxxUITR1fnduFq0J5YcL-4gJ6C5Bk2TTNb9pd_1_yj2q4CRbC28W9_zclzWlmt2MsHAeP5XeTnnOIx8DIVOyvPmpDgIii8eRfXw0wIhrOdtIkrtWS8j_4Rvt8CGor9KUxZfcXKJlJapsZVrrek-LThA).
3. Downs, Antony (1957). An Economic Theory of Democracy. New York.
4. DT&SC 7-11: Schelling's Segregation Model <https://www.youtube.com/watch?v=AZIWOykGzYg>
5. Hotelling, Harold (1929). Stability in Competition. Economic Journal. 39. 41–57.
6. <http://atlas.wolfram.com/01/01/>
7. <http://ineternum.ru/agent/>
8. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%201.nlogo>
9. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%202.nlogo>
10. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple%20Extension%203.nlogo>
11. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/IABM%20Textbook/chapter%203/Segregation%20Extensions/Segregation%20Simple.nlogo>
12. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Diffusion%20Limited%20Aggregation/DLA%20Alternate.nlogo>

13. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Diffusion%20Limited%20Aggregation/DLA.nlogo>
14. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Chemistry%20&%20Physics/Solid%20Diffusion.nlogo>
15. <http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Networks/Diffusion%20on%20a%20Directed%20Network.nlogo>
16. <http://people.soc.cornell.edu/swedberg/2001%20Sociology%20and%20Game%20Theory%20-%20Contemporary%20and%20Historical%20Perspectives.pdf>
17. <http://vvsu.ru/files/606A10BF-61FA-496A-9952-73B6E6D3B632.ppt>
18. <http://vvsu.ru/files/606A10BF-61FA-496A-9952-73B6E6D3B632.ppt>
19. <http://vvsu.ru/files/606A10BF-61FA-496A-9952-73B6E6D3B632.ppt> <https://habrahabr.ru/post/273393/>
20. <http://www.kongregate.com/games/shaman4d/conways-game-of-life>
21. <https://luis-r-izquierdo.github.io/standingovation/>
22. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Моделирование>
23. [https://ua.wikipedia.org/wiki/ Наукове_ модельювання](https://ua.wikipedia.org/wiki/Наукове_модельювання)
24. https://uk.wikipedia.org/wiki/Клітинний_автомат
25. https://www.youtube.com/watch?v=1_KIf3FboKw
26. <https://www.youtube.com/watch?v=1DJGtC1njLQ>
27. https://www.youtube.com/watch?v=24u3Em5Ro_k
28. <https://www.youtube.com/watch?v=2NR3md0ghDM>
29. <https://www.youtube.com/watch?v=42STyM7RfrU>
30. <https://www.youtube.com/watch?v=4hYwbGBKOGM>
31. <https://www.youtube.com/watch?v=4ToUaU4vPks>
32. <https://www.youtube.com/watch?v=4tUmcqQzIMU>
33. <https://www.youtube.com/watch?v=57BpoTAId8s>
34. <https://www.youtube.com/watch?v=6axH6pcuyhQ&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G&index=5>
35. <https://www.youtube.com/watch?v=6rhpq1ozmuQ&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G>
36. <https://www.youtube.com/watch?v=6rhpq1ozmuQ&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G>
37. <https://www.youtube.com/watch?v=aDyRoGRM6qY>
38. <https://www.youtube.com/watch?v=Axi0ldbP9hU>
39. <https://www.youtube.com/watch?v=aY6zYCuRWr0>
40. <https://www.youtube.com/watch?v=CuOLQT9P11I&index=2&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G>
41. <https://www.youtube.com/watch?v=CUTBVUBjO-Y>
42. https://www.youtube.com/watch?v=d_Mt6q8no88
43. https://www.youtube.com/watch?v=dF13Cfw12bo&list=PLfeNPtL-aoavLTWo_UMtQgneBpnmyyqH-
44. <https://www.youtube.com/watch?v=dI3RxVIdTLk>
45. <https://www.youtube.com/watch?v=FdWMMQINIt4&t=7s>
46. <https://www.youtube.com/watch?v=FgOIZo9zv6Q>

47. <https://www.youtube.com/watch?v=g3bBajcR5fE&list=PLLxVuSIagysYQ-4sXonDuTSn2w0YOTum&index=2>
48. <https://www.youtube.com/watch?v=Gn6QiK2T1Mo>
49. <https://www.youtube.com/watch?v=GsNA0edVtUc>
50. <https://www.youtube.com/watch?v=hVG9jmA4FBU>
51. <https://www.youtube.com/watch?v=hVG9jmA4FBU&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G&index=7>
52. <https://www.youtube.com/watch?v=JjfihtGefxk>
53. <https://www.youtube.com/watch?v=K1zYN06xcd4>
54. <https://www.youtube.com/watch?v=K1zYN06xcd4>
55. <https://www.youtube.com/watch?v=KFpID7ixaMY&t=389s>
56. <https://www.youtube.com/watch?v=No35jbmP-H0>
57. https://www.youtube.com/watch?v=O21o_Ogohg4
58. <https://www.youtube.com/watch?v=oGXpH0gzcs>
59. <https://www.youtube.com/watch?v=OI232JSDwDg&index=6&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G>
60. <https://www.youtube.com/watch?v=oiDvNs15tkE>
61. <https://www.youtube.com/watch?v=qCfvEk28VRw>
62. <https://www.youtube.com/watch?v=r-VmxJQFMq8&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G&index=3>
63. <https://www.youtube.com/watch?v=rXlyYFXyfiM>
64. <https://www.youtube.com/watch?v=SPca2sM11CA>
65. https://www.youtube.com/watch?v=tOpkd_19Sk4
66. <https://www.youtube.com/watch?v=uI9eLSVYl0s>
67. https://www.youtube.com/watch?v=wpb8_6boZOY
68. <https://www.youtube.com/watch?v=xKxh6eWQda0>
69. https://www.youtube.com/watch?v=XpxnW2k4X_Y&index=4&list=PLROOIV7hGpZjbf1ToXX5z2dmVAh4QHz2G
70. <https://www.youtube.com/watch?v=yLTfSnjusn8>
71. <https://www.youtube.com/watch?v=zekX2dg4hEY>
72. Osborne, Martin J. (1995). Spatial Models of Political Competition Under Plurality Rule: A Survey of Some Explanations of the Number of Candidates and the Positions They Take. *Canadian Journal of Economics*. 27. 261–301. [preprint (https://eventing.coursera.org/api/redirectStrict/55jcyjElpXN-xRC_0M8j6JUCSHuvj7wfdxpv5xxlfIqpN4KBUDlBHsMsZDYOMCC2ohd67_hXCUKd4DN9jUY60w.AyHKqiCRnNQFGJL_fje-pDA.MIJF3aFG0x1-x_8FF9Tj6XIQbSA5jkvMoVZRTjEWMGl28P4Cvezgd-RyEfs0dXzY_iR8KaBXdZbmjCmkH_8ejFRXW_UBdPXmcK8-FcMQ3BnjQE0KfPAFovZMo_kYWWXfvX0Ppf6QxJ8S9EY30tVTxKc3tbSQpmpyEUg2aQdU3q-3YmLHg1b8EO317Zilhgxzxcrc5DudvakcYZO9y8Q5STgQFwHGkchfl91giFVpbpUTJUovEZYDS7g4DaoC_-GvTu8Uo0SFEzRQWxs94Lkhtj1Zetn_vTgP4Pd6PQxh6SloRvgwaAEw7JQFJApSCU0BNJB-AsAczeFGMMOtaj2xMdovYasqSngZSMczbxXGKMV96hdzxXDut2QobJ850Y32EkmQjs-FgC_olravIB0ABDSGiWhc0hn1DuEtC1Cszql)]

73. Stigler, George (1964). A Theory of Oligopoly. Journal of Political Economy. 72. 44–61.
74. www.columbia.edu/~rs328/NashEquilibrium.pdf
75. Астафьев Г.Б., Короновский А.А., Храмов А.Е. Клеточные автоматы: Учебно-методическое пособие. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2003. 24с
76. Введение в теорию игр / Н. Н. Писарук. — Минск : БГУ, 2015. — 256 с.
<http://pisaruk.narod.ru/books/games.pdf>
77. Використання програми NetLogo
<http://netlogoweb.org/launch#http://netlogoweb.org/assets/modelslib/Sample%20Models/Computer%20Science/Cellular%20Automata/Life.nlogo>
78. Закон Ципфа <https://www.youtube.com/watch?v=8pv3ayy1UIY>
79. Побудова автоматів у <http://www.cuug.ab.ca/dewara/life/life.html>
80. Програма Golly <https://sourceforge.net/projects/golly/>
81. Сидоров М.В.-С. Основи математичного моделювання для соціологів: використання логістичної моделі Ферхюльста для прогнозу розвитку популяції без зовнішнього впливу. //Сидоров М.В.-С./ [Текст].– К.:Логос, Актуальні проблеми соціології, психології, педагогіки: Збірник наукових праць. вип.1(26), 2015, ст.
82. Сидоров М.В.-С. Основи математичного моделювання для соціологів: використання логістичної моделі Ферхюльста для прогнозу розвитку популяції із зовнішнім впливом. //Сидоров М.В.-С./ [Текст].– К.:Логос, Актуальні проблеми соціології, психології, педагогіки. 2015 №2 (27).
83. Сидоров М.В.-С. Основи математичного моделювання для соціологів: демографічні базові моделі зростання популяції без зовнішнього впливу та конкуренції. //Сидоров М.В.-С./ [Текст].– К.:Логос, Актуальні проблеми соціології, психології, педагогіки: Збірник наукових праць. вип.1(22), 2014, ст.74-81.